



Optimización de portafolio: Modelo Markowitz y Criterio Kelly

Alumno: Iván Ranieri

Profesor Tutor: Dr. Sergio Olivo

Año Lectivo: 2022

Autorización para publicar los trabajos finales:

Repositorio Institucional:

SI autorizo a la Universidad del CEMA a publicar y difundir en el Repositorio Institucional de la Universidad de la Biblioteca con fines exclusivamente académicos y didácticos el Trabajo Final de mi autoría.

Catálogo en línea:

SI autorizo a la Universidad del CEMA a publicar y difundir en el Catálogo en línea (acceso con usuario y contraseña) de la Biblioteca con fines exclusivamente académicos y didácticos el Trabajo Final de mi autoría.

Página web UCEMA:

SI autorizo a la Universidad del CEMA a publicar y difundir en la página web de la Universidad como Trabajo destacado, si el mismo obtuviese la distinción correspondiente, con fines exclusivamente académicos y didácticos el Trabajo Final de mi autoría.

Firma digital: *Ivan Ranieri*

Aclaración: Iván Ranieri

DNI: 38070720

Índice

Abstract	4
Introducción	5
1. Selección de stocks	8
A. Morningstar Rating	8
B. Price Earning	8
C. Debt to Equity	9
D. Return On Equity	9
E. Diferencia Porcentual entre Fair Value y Last Close	9
F. Price/Sales	9
G. Análisis Retorno/Riesgo	10
H. Empresas preseleccionadas	10
I. Sectores preseleccionados	11
J. Sectores y empresas finalmente seleccionadas	14
2. Optimización de portafolio con el criterio Kelly Simple – Rebalanceo diario	16
A. Historia	16
B. Problemática actual	16
C. Fórmulas utilizadas	17
D. Resultados Criterio Kelly Simple	19
E. Limitación y justificación de descarte de este método	19
3. Optimización de portafolio con el modelo Markowitz - Rebalanceo anual	21
A. Historia	22
B. Fórmulas utilizadas	22
C. Retorno y desvío anualizado	23
4. Optimización de portafolio con el Criterio Kelly Logarítmico - Rebalanceo anual	24
A. Historia	24
B. Fórmulas utilizadas	24
C. Retorno y desvío anualizado	25
5. Conclusión de modelo Markowitz Vs criterio Kelly logarítmico	26
6. Conclusión de modelo Markowitz Vs Estrategia Buy & Hold del S&P 500	29
7. Modelo Markowitz con información histórica completa	30
Anexo	32
Referencias	33

Abstract

El objetivo del presente trabajo es la búsqueda de distribución óptima de un portafolio de doce acciones detalladamente seleccionadas, según criterios posteriormente definidos, con información histórica de los últimos 10 años utilizando el modelo Markowitz y el criterio Kelly.

En síntesis, este trabajo se propone los siguientes objetivos principales:

- Comparar los rendimientos y riesgos de activos seleccionados, utilizando el modelo "Markowitz", el criterio "Kelly Logarítmico" y el criterio "Kelly Simple". Selección y justificación de la metodología más eficiente en la relación retorno/riesgo.
- Una vez seleccionado el método más eficiente, se llevará a cabo el armado del portafolio óptimo con la información histórica de los últimos 10 años.

Introducción

El trabajo se encuentra dividido en cuatro secciones:

- I. Selección de portafolio internacional: para seleccionar el mejor portafolio se ha utilizado la plataforma Morningstar y se han empleado filtros, que serán detallados más adelante en este mismo trabajo, utilizando los ratios más relevantes obteniendo una preselección de stocks. Asimismo, a modo complementario, se ha realizado un análisis fundamental de los stocks filtrados. Finalmente se han seleccionado doce activos para componer el portafolio.
- II. Portafolio según el modelo Markowitz: se ha utilizado la metodología de Markowitz para los siguientes objetivos:
 - a. Bajo el propósito de comparar este modelo con el criterio “Kelly logarítmico”, se ha hecho un análisis de la optimización del portafolio según Markowitz aplicando un rebalanceo anual y confeccionado tanto los rendimientos reales obtenidos como sus desvíos estándares.
 - b. Se ha realizado la búsqueda de la frontera eficiente y del portafolio óptimo con la información histórica de los últimos 10 años (desde 01/09/2012 hasta el 31/08/2022).
- III. Retorno obtenido utilizando el criterio “Kelly Simple”: se ha hecho un análisis de cada uno de los activos del portafolio realizando un trading diario como aplica la metodología “Kelly Simple” y se han detallado sus limitaciones. El objetivo final fue la obtención del rendimiento del portafolio para la justificación de por qué ningún inversor debería utilizar esta metodología.
- IV. Portafolio según el criterio Kelly “Logarítmico”: Con el objetivo de comparar este modelo con el modelo Markowitz, se ha hecho un análisis de la optimización del portafolio según Kelly logarítmico aplicando un rebalanceo anual y confeccionado tanto los rendimientos reales obtenidos como sus desvíos estándares.
 - a. Comparación portafolios entre el modelo Markowitz Vs. Criterio Kelly Logarítmico: Mediante una comparación entre ambos modelos, se ha verificado cuál de ambos obtiene una mejor performance en la relación retornos-riesgo.
- V. Selección de portafolio óptimo con total información histórica: Una vez seleccionada la metodología más conveniente para la ponderación de cada activo en la cartera con un

único rebalanceo anual, se ha analizado la información completa de los últimos 10 años para la selección del portafolio óptimo dentro de la frontera eficiente.

Para lograr desarrollar las secciones anteriormente descritas, se realizó la búsqueda de la distribución de la cartera optimizada a través del criterio Kelly íntegramente aplicado (de ahora en adelante, “Kelly Logarítmico”). Dicha metodología surge de un desarrollo inicial, del mismo John L. Kelly, quién en 1956 desarrolló una fórmula que permite evaluar el porcentaje de ponderación de un activo respecto al total de la cartera. Dicho método es de muy sencilla aplicación, siendo su principal campo los juegos de azar. Sin embargo, últimamente se ha difundido una gran cantidad de información aplicando este método para el trading diario de acciones. Es por eso, que en este trabajo también se ha analizado dicho criterio, denominándose “Kelly Simple”.

De esta manera, han sido tres los métodos analizados: “Kelly Simple”, “Kelly Logarítmico” (que maximiza la media geométrica) y el modelo de H. Markowitz, escrito en su libro “Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments”¹ en 1959, dónde maximiza la media varianza.

H. Markowitz elaboró la bibliografía inicial para que, décadas adelante, el premio Nobel William Sharpe proponga la maximización de un ratio que relaciona el retorno esperado con el desvío estándar como el criterio válido para la distribución de una cartera. En el presente trabajo, al modelo de maximización este ratio (posteriormente, denominado “ratio Sharpe”) será denominado “Modelo Markowitz”, tal como se lo conoce popularmente.

Se ha realizado la búsqueda de distribución del portafolio óptimo sobre las 12 empresas analizadas, proceso que se detallara posteriormente. Para el mismo, se ha organizado la información dividida por años. La ponderación de cada activo en búsqueda del portafolio óptimo del año 2, se ha realizado utilizando la información disponible del año 1. Para el armado del portafolio óptimo del año 3, se ha utilizado la información disponible del año 2; así sucesivamente hasta el año 10. De esta manera, en este trabajo, no se ha realizado un análisis de optimización de portafolio ya sabiendo cuáles son los retornos que van a tener cada activo, sino que, contrariamente, se ha armado el portafolio de cada año con la información disponible en cada momento. Luego, se ha obtenido el rendimiento real de cada metodología

¹ Harry Markowitz, “Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments”, Yale University Press; Publicado en 1959.

comparando, año a año, la cartera armada (con información hasta el año anterior) respecto a los rendimientos efectivamente reales de los activos. A partir de esto, se ha arribado a la comparación entre las distintas metodologías sobre la rentabilidad de cada portafolio anualizada compuesta, así como el desvío estándar de cada método.

1. Selección de stocks

En esta sección, se ha detallado el proceso realizado para la selección final de las empresas sobre las cuales se ha realizado el análisis y se ha estudiado la información histórica. El objetivo de la selección fue, mediante un análisis fundamental y filtrando por ciertos ratios, encontrar un conjunto de empresas que permitan obtener un portafolio óptimo. La optimización de la distribución del portafolio se realizó según el modelo Markowitz.

A continuación, en cada subsección, se detallan cada uno de los filtros utilizados para la búsqueda de la cartera óptima.

A. Morningstar Rating

Para la búsqueda del portafolio óptimo, se ha utilizado la plataforma www.morningstar.com. En dicha web, expertos en finanzas valúan cada una de las empresas asignándoles un puntaje cuantificado en estrellas para cada organización. Estas clasificaciones se basan en el desempeño del activo, con ajustes por riesgos y costos, en comparación con activos en la misma categoría. De esta manera, los activos que tienen una estrella corresponden al peor nivel de performance del activo en comparación con el sector, mientras que cinco estrellas es exactamente lo opuesto.

En este informe, el primer filtro consistirá en descartar empresas del primer y segundo nivel debido a que se está realizando la búsqueda de un portafolio óptimo y, dichos activos, presentan una performance inferior respecto a la comparación con su industria.

B. Price Earning

El Price Earning indica cuántas veces se está pagando el beneficio neto anual de una empresa determinada al comprar una acción de ésta. Su utilidad radica en que estandariza acciones de diferentes precios y niveles de ganancias.

En la industria de finanzas, es una manera muy sencilla de determinar si la empresa está subvaluada o sobrevaluada, para evitar comprarla a un valor mayor que el real.

El segundo filtro utilizado es un Price Earning menor al promedio del sector para evitar considerar empresas con un P/E por encima de la media para cada industria.

C. Debt to Equity

El ratio D/E (relación entre deuda y patrimonio) es sumamente importante para el análisis fundamental. Este indicador varía significativamente según la industria en la que la empresa esté operando.

La relación D/E mide cuánta deuda ha asumido una empresa en relación con el valor de sus activos netos de pasivos. La deuda que debe pagarse o refinanciarse, impone un gasto de intereses que normalmente no se puede aplazar y podría afectar o destruir el valor del capital en caso de incumplimiento. Como resultado, una relación D/E alta a menudo se asocia con un alto riesgo de inversión; significa que una empresa se basa principalmente en la financiación de la deuda.

Para esta tesis, se utilizará un D/E menor al promedio de la industria y, de esta manera, se han reducido la cantidad de empresas analizadas de 74 a 39 activos.

D. Return On Equity

El ROE es un ratio que cuanto mayor sea, mayor será la rentabilidad que una compañía puede generar en relación con los recursos propios que emplea para financiarse. Es un indicador que mide la rentabilidad obtenida por la empresa sobre sus fondos propios.

Para este trabajo, solamente se han tenido en consideración empresas cuyas ROE sean mayores al 10%.

E. Diferencia Porcentual entre Fair Value y Last Close

Obteniendo el último valor operado y el “valor justo” de la empresa, según los analistas especializados de Morningstar, es posible calcular el porcentaje de diferencia. Este es un indicador sobre cuán subvaluada o sobrevaluada está la empresa al momento de la redacción de este análisis. En este trabajo, filtraremos por empresas que tengan un Fair Value mayor al Last Close con una diferencia mayor al 10% entre ambos valores.

A fines de obtener empresas atractivas se ha aplicado el filtro de empresas cuyo Fair Value es mayor que Last Close al menos en un 10%. Analíticamente hablando, el filtro utilizado es $X\% = \text{Fair Value}/\text{Last Close} - 1$ y considerare únicamente los activos cuyo X% es mayor al 10%.

F. Price/Sales

El indicador P/S se calcula contemplando la capitalización de mercado de una empresa (la cantidad de acciones en circulación multiplicada por el precio de las acciones) y dividiéndola por las ventas o los ingresos totales de la empresa en los últimos 12 meses. La relación P/S

indica cuánto están dispuestos a pagar los inversores actualmente por un dólar de ventas generado por una empresa.

En síntesis, la relación P/S nos dice cuánto valor otorga el mercado a las ventas de una empresa específica, que está determinada por la calidad de los ingresos.

Este ratio varía de manera significativa según el sector que se esté analizando. Para realizar este filtro, se han buscado P/S menores al promedio de la industria.

G. Análisis Retorno/Riesgo

Sobre las 16 empresas obtenidas, se han analizado los últimos 10 años y, posteriormente, se han desechado las 3 con menor índice Sharpe. El ratio Sharpe, será descrito con mayor profundidad luego; sin embargo, cabe destacar que se utiliza para comparar carteras con riesgos diferentes y saber cuál ha tenido más éxito en función a sus retorno y ajustando con el riesgo.

Las empresas descartadas por el menor ratio Sharpe fueron TV (grupo Televisa SAB), NVS (Novartis AG ADR) y R (Ryder System Inc).

Adicionalmente, se ha descartado la empresa Pfizer (PFE) debido a que, producto de los ingresos generador por la venta de vacunas contra el Covid-19, pueden existir ingresos adicionales que presenten desvíos significativos en el cash flow por una pandemia mundial que tiene pocos antecedentes en la historia de la humanidad.

H. Empresas preseleccionadas

Tras realizar el análisis fundamental sobre el total de stocks existentes en la plataforma Morningstar, fueron seleccionadas 13 empresas para la búsqueda de una cartera óptima cuyas ratios más importantes se encuentran listados a continuación²:

² Elaboración propia. Información disponible en la solapa denominada "Morningstar" de la planilla Excel adjunta.

Ticker	Nombre	Sector	Market Cap	Capital Allocation	Diferencia Porcentual Last Close - Fair Value	Price/Sales	Price/Book	Debt/Equity	ROE	P/E
MATX	Matson Inc	Industrial	3.716.431.239	Standar	41%	0,68	1,43	0,39	85%	2,2
EVR	Evercore Inc Class A	Servicios Financieros	4.058.283.250	Standar	66%	1,23	2,79	0,48	57%	5,7
AMAT	Applied Materials Inc	Teconología	92.197.012.420	Ejemplar	44%	3,49	7,04	0,39	55%	13,2
MSFT	Microsoft Corp	Teconología	2.093.728.564.150	Ejemplar	31%	10,2	12,01	0,37	47%	27,8
TER	Teradyne Inc	Teconología	16.162.882.390	Standar	85%	4,64	6,15	0,05	35%	19,0
TSM	Taiwan Semiconductor Manufacturing Co Ltd ADR	Teconología	441.180.976.910	Ejemplar	96%	7,08	5,32	0,36	34%	17,5
CSCO	Cisco Systems Inc	Teconología	187.875.538.560	Ejemplar	18%	3,73	4,78	0,23	30%	16,3
MMM	3M Co	Industrial	81.590.066.649	Standar	42%	2,13	5,35	1,06	29%	18,1
GOOGL	Alphabet Inc Class A	Servicios de Comunicación	1.519.250.240.001	Ejemplar	42%	5,31	4,63	0,11	29%	20,5
BLK	BlackRock Inc	Servicios Financieros	101.023.733.700	Ejemplar	26%	5,37	2,75	0,23	16%	17,8
JPM	JPMorgan Chase & Co	Servicios Financieros	338.818.141.760	Ejemplar	30%	2,84	1,33	1,37	15%	9,2
CME	CME Group Inc Class A	Servicios Financieros	71.697.356.539	Ejemplar	12%	14,56	2,52	0,23	11%	17,8

Data extraída el 12/08/2022

Fuente: <https://www.morningstar.com/stocks>

Cuadro N°1

I. Sectores preseleccionados

Es importante mencionar que de los doce activos finalmente seleccionados corresponden a 4 sectores. Agrupándose por cinco empresas tecnológicas, cuatro de servicios financieros, dos industriales y una de comunicaciones.

De esta manera, a continuación, se ha agrupado la cantidad de empresas para cada uno de los sectores:

Cantidad	Sector
2	Industrial
4	Servicios Financieros
5	Tecnología
1	Servicios de Comunicación

Cuadro N°2

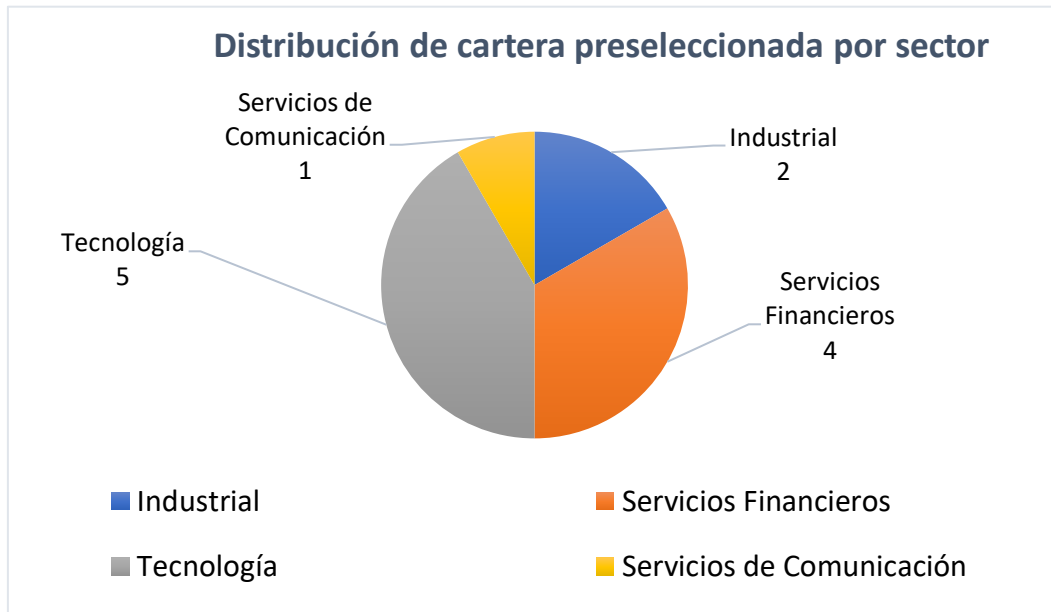


Gráfico N°1

Debido a la concentración que existe en los sectores de Tecnología y de Servicios (75% de la cartera total en estos dos sectores), se ha realizado un rediseño de la cartera incluyendo otras compañías, que no pertenezcan a los sectores Tecnología ni Servicios Financieros, para lograr una mayor diversificación entre sectores.

Para lograr una cartera no concentrada en los sectores Tecnología y Servicios Financieros, serán reemplazadas tres empresas que pertenecientes a estos dichos sectores.

Para seleccionar estas tres empresas que dejarán de ser parte de la cartera, se han seleccionado las tres organizaciones con el menor ratio Sharpe de los últimos 10 años.

Estas empresas son:

- Evercore Inc Class A – EVR – Servicios Financieros
- Teradyne Inc – TER – Tecnología
- Cisco Systems Inc – CSCO - Tecnología

De esta manera, se ha procedido a buscar tres nuevas empresas, excluyendo a las pertenecientes al sector Tecnología y Servicios Financieros, para reemplazar a las mencionadas.

Para esta búsqueda, se ha realizado un análisis minucioso del motivo por el cual ciertas empresas habían sido descartadas según los filtros utilizados.

En el primer caso, se ha analizado el motivo por el cual se ha excluido la empresa Pfizer. Dicha organización cuenta con indicadores favorables. En un principio, se había elegido descartar esta compañía debido a que la venta de vacunas por Covid-19 podía generar un desvío significativo en los análisis cuantitativos de los retornos. Sin embargo, luego de realizar un estudio detallado de los indicadores -y visualizando que tiene ventas anuales por más de USD50 billones (excluyendo venta de vacunas COVID)- se ha vuelto a tener en cuenta ya que cada indicador refleja el potencial de una empresa en crecimiento constante más allá de las ventas por la vacuna del Covid-19.

En la segunda oportunidad, hemos identificado cual es el filtro con menor importancia de los que hemos analizado siempre que los demás indicadores sean favorables. El criterio que cumple esta característica, al mejor criterio personal, es el D/E. De este modo, si la empresa tiene mayor deuda sobre patrimonio que el promedio de la industria pero los ratios de P/B, P/S, ROE, P/E y la diferencia porcentual entre el fair value y last close son favorables; el hecho que la deuda sobre el equity sea mayor al promedio de la industria no representa un problema financiero mayor a largo plazo. De este modo, se ha buscado las empresas cuyos ratios cumplen con todos los filtros a excepción del D/E menor al de la industria. Y, de las organización que se han encontrado, se ha buscado la empresa cuya relación D/E sea la menor. Luego de realizar ese análisis, hemos entrado a la empresa Roche. Dicha organización no había superado el filtro del D/E menor al de la industria ya que tiene un ratio de 1.09 respecto al de la industria que es de 0.8036. Sin embargo, se ha considerado que esta diferencia es del 35% y es la menor respecto a las demás empresas que sí cumplen todos los otros filtros. Adicionalmente, se puede observar que el ratio P/S es similar al del promedio del portafolio mientras que el ratio P/B logra duplicar al promedio del portafolio preseleccionado. Finalmente, es muy importante señalar que la mayor la empresa cuenta con un alto ROE (46,5%) respecto a un ROE de la industria del 28.65%.

Para la tercer y última empresa seleccionada, he identificado cual es la empresa cuya diferencia porcentual sea la menor respecto al filtro utilizado. En ese análisis, se ha encontrado a la empresa Medtronic PLC, que había sido descartada ya que el filtro ROE debe ser mayor al 10% cuando su ROE es del 9.98% (diferencia solo del 0.02%). Sin embargo, debido a lo diminuta de la diferencia y que tiene un D/E menor al de la industria (0.44 Vs. 0.47) y ROE mayor al de la misma (9.98 Vs 8.41).

Las empresas que, de esta manera, serán parte de la cartera final son RHHBY (Roche Holding AG ADR), MDT (Medtronic PLC) y PFE (Pfizer Inc). Dichos activos, si bien las tres pertenecen al sector de salud están incluidas en diferentes industrias. RHHBY y PFE están en la industria de manufactura de medicamentos mientras que MDT pertenece a la industria de dispositivos médicos.

J. Sectores y empresas finalmente seleccionadas

Finalmente, se ha llegado a una selección de doce activos con una diversificación por sector respecto a las cateras preseleccionadas inicialmente. De esta manera, la relación de cantidad de empresas por sector, es la siguiente:

Cantidad	Sector
2	Industrial
3	Servicios Financieros
3	Tecnología
1	Servicios de Comunicación
3	Salud

Cuadro N°3

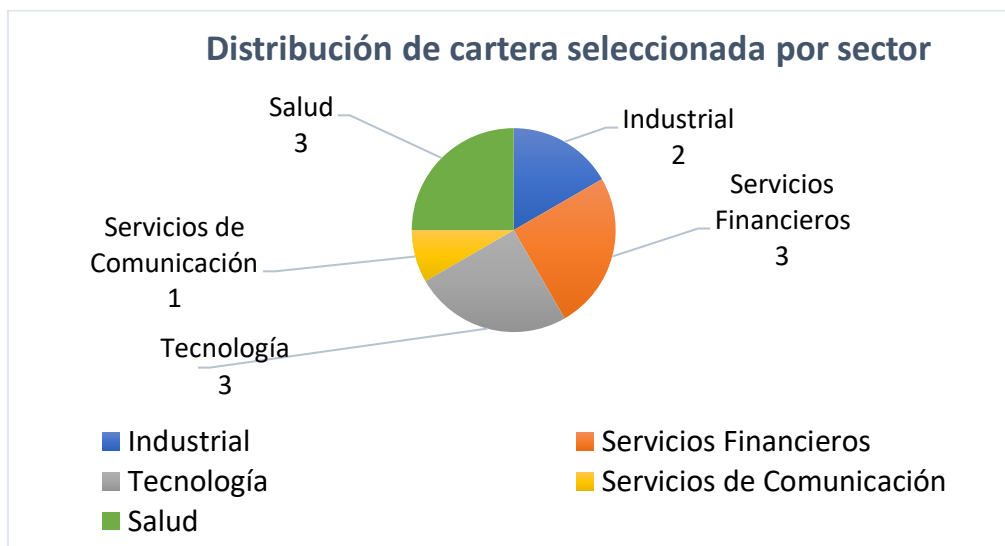


Gráfico N°2

Ahora que hemos logrado una cartera diversificada por sector, a continuación, listaremos las empresas que finalmente conforman el portafolio sobre las cuales trabajaremos en este trabajo:

Ticker	Nombre	Sector	Market Cap	Capital Allocation	Fair Value	Last Close	Diferencia Porcentual Last Close - Fair Value	Price/Sales	Price/Book	Debt/Equity	ROE	P/E
MATX	Matson Inc	Industrial	3.716.431.239	Standar	105,66	75,09	41%	0,68	1,43	0,39	85%	2,2
RHHBY	Roche Holding AG ADR	Salud	258.042.697.135	Ejemplar	55,4	40,53	37%	4,2	10,3	1,09	47%	18,3
AMAT	Applied Materials Inc	Teconología	92.197.012.420	Ejemplar	142,2	98,8	44%	3,49	7,04	0,39	55%	13,2
MSFT	Microsoft Corp	Teconología	2.093.728.564.150	Ejemplar	352,9	268,09	32%	10,2	12,01	0,37	47%	27,8
MDT	Medtronic PLC	Salud	108.817.853.646	Ejemplar	129,1	81,89	58%	3,55	2,07	0,33	10%	21,1
TSM	Taiwan Semiconductor Manufacturing Co Ltd ADR	Teconología	441.180.976.910	Ejemplar	166,3	84,74	96%	7,08	5,32	0,36	34%	17,5
PFE	Pfizer Inc	Salud	240.012.236.891	Ejemplar	48,1	41,92	15%	2,38	2,7	0,46	37%	8,2
MMM	3M Co	Industrial	81.590.066.649	Standar	183,5	129,14	42%	2,13	5,35	1,06	29%	18,1
GOOGL	Alphabet Inc Class A	Servicios de Comunicación	1.519.250.240.001	Ejemplar	169,7	119,34	42%	5,31	4,63	0,11	29%	20,5
BLK	BlackRock Inc	Servicios Financieros	101.023.733.700	Ejemplar	850	676,34	26%	5,37	2,75	0,23	16%	17,8
JPM	JPMorgan Chase & Co	Servicios Financieros	338.818.141.760	Ejemplar	149,6	114,67	30%	2,84	1,33	1,37	15%	9,2
CME	CME Group Inc Class A	Servicios Financieros	71.697.356.539	Ejemplar	220,2	196,35	12%	14,56	2,52	0,23	11%	17,8

Cuadro N°4

2. Optimización de portafolio con el criterio Kelly Simple – Rebalanceo diario

A. Historia

“El criterio Kelly fue desarrollado en 1956 por un científico estadounidense, John L. Kelly, quien trabajó como investigador en los Laboratorios Bell de AT&T en Nueva Jersey. Kelly desarrolló originalmente la fórmula para ayudar a la empresa con sus problemas de ruido de la señal telefónica de larga distancia”³, pero fue rápidamente implementada para distintos sistemas de apuestas en juegos de azar. Existen muchos informes que, a largo plazo, justifican que este sistema brinda mejores performances que los otros en juegos de azar. No obstante, de aquí surge una problemática ya que se trata de un sistema elaborado para juegos de azar y no para optimización de cartera de portafolio con un rebalanceo diario.

B. Problemática actual

En la actualidad (octubre 2022) existen una gran cantidad de vídeos con promotores que tratan de “imbatible” a esta metodología y así logró volverse cada vez más popular para personas no expertas en finanzas dado que no poseen las herramientas suficientes para comparar con otras herramientas más avanzadas.

Es muy creciente la difusión de esta metodología de trading diario en una innumerable cantidad de vídeos presentes en diferentes redes sociales que, si bien sus publicaciones tienen cada vez más popularidad, no están fundados sobre una base teórica que avale dicho sistema. El problema es que algunos promotores dicen seguir la metodología llamada “Criterio Kelly” (Kelly Criterion) pero, en rigor de verdad, siguen los conceptos básicos de la fórmula inicial escrita por Kelly y no el detalle de la fórmula logarítmica que Kelly publicó años después (“Kelly Logarítmico”).

Esta confusión puede incitar a cierto público no experto en finanzas hacia una pésima decisión de inversión. Actualmente, existe cada vez más material difundido sobre este criterio (en su versión limitada) y, las cuentas que lo auspician, ganan suscriptores y vistos mes a mes.

Los mencionados sitios tienen cada vez más interesados y auspiciantes ya que en vídeos de entre 3 y 10 minutos, logran explicar una metodología que dice ser “la más eficiente” para el trading a largo plazo. De esta manera, desarrollan un mecanismo sencillo de aplicar para

³ <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/knowledge/trading-investing/kelly-criterion> - Escrito y publicado por “CFI Team”

personas que no poseen conocimientos sólidos de finanzas aplicadas al mercado bursátil, pero utilizan un primer desarrollo del criterio Kelly en lugar de la aplicación logarítmica del mecanismo.

C. Fórmulas utilizadas

Para calcular los retornos anualizados utilizando el criterio Kelly “Simple”, se han empleado las fórmulas desarrolladas por el mismo John L. Kelly, dónde en primera instancia, se debe encontrar el “número Kelly” para cada activo de la siguiente manera (véase fórmula N°1):

$$\text{Número Kelly} = W - \left[\frac{(1-W)}{\text{Payoff}} \right] \rightarrow \text{Fórmula N°1}$$

$$\text{Siendo } W = \frac{\text{Cantidad de días operados con resultados positivos}}{\text{Cantidad total de días operados} - \text{Cantidad de días con operación neutra}} \rightarrow \text{Fórmula N°2}$$

Resulta imprescindible definir qué por “cantidad de días operados con resultados positivos” se entiende la cantidad de días dónde el cierre ajustado (adjusted close) es mayor al cierre del cierre ajustado del día anterior. Asimismo, “operación neutra” refiere a aquellos días dónde el cierre ajustado es exactamente igual al cierre ajustado del día anterior.

$$\text{Siendo Payoff} = \frac{\text{Promedio de ganancia en días operados con resultados positivos}}{- \text{Promedio de pérdidas en días operados con resultados negativos}} \rightarrow \text{Fórmula N°3}$$

En cuanto al “Promedio de ganancia en días operados con resultados positivos”, este concepto hace referencia a la diferencia promedio entre el cierre ajustado de día “n” respecto al cierre ajustado del día “n-1”, considerando específicamente a los días dónde el cierre ajustado (adjusted close) es mayor al cierre del cierre ajustado del día anterior.

Por otra parte, “Promedio de pérdidas en días operados con resultados negativos” alude a la diferencia (negativa) promedio entre el cierre ajustado de día “n” respecto al cierre ajustado del día “n-1” considerando específicamente a los días dónde el cierre ajustado (adjusted close) es menor al cierre del cierre ajustado del día anterior.

Para realizar el cálculo pertinente a esta tesis, se han considerado los resultados de 12 meses, a fines de evitar cualquier tipo de efecto por la estacionalidad. Se ha realizado para cada activo, el período temporal del 01/09/2012 al 31/08/2013 obteniendo el ratio denominado “Kelly Inicial”.

A continuación, se exhibe un ejemplo de cálculo del número de Kelly para Google:

	Año 1
Cantidad de días operados con resultados positivos	127
Promedio días con resultados positivos	188.358
Cantidad de días operados con resultados negativos	122
Promedio días con resultados negativos	-159.291
Cantidad de días operados con resultados neutro	0
Cantidad de días operados total	249
Cantidad de días operados total - días nuestros	249
W	51,0%
Payoff	1,1825
Kelly Inicial	9,57%

Cuadro N°5

El número de “Kelly Inicial” fue utilizado para el cálculo de la ponderación de cartera de cada activo para el trading diario del día 03/09/2013 (día hábil posterior al 31/8/2013). Para el día 04/09/2013, se calculó el nuevo número de “Kelly” (véase fórmula N°1) utilizando la información disponible desde el 01/09/2013 hasta el 03/09/2013 (incluido). De esta manera, todos los días será necesario rebalancear la cartera actualizando el número de “Kelly” diario (y, para ello, será necesario todos los días actualizar el W y el Payoff).

Cabe destacar que en este trabajo se consideran con dos supuestos:

- El total del capital invertido no puede, en ninguna circunstancia, superar el 100% del portafolio a distribuir. Esto porque en el desarrollo de la tesis no se ha incluido la opción de apalancamiento.
- Dentro de los doce activos pre seleccionados, ninguno puede tener una ponderación inferior al 5% de la posición total. Es importante mencionar que este supuesto surge de un criterio subjetivo personal y, la motivación a realizar esta suposición, es que tanto en el modelo Markowitz como en el criterio Kelly tienden a converger las carteras en los activos con mayor retorno según la información histórica. De esta manera, aumenta considerablemente el riesgo porque lógicamente incrementa la volatilidad de la cartera entera debido a una mayor concentración en dicho activo.

Para trabajar con los mencionados supuestos, se han realizado múltiples cálculos que ajustaran el criterio Kelly publicado por John Kelly a estos supuestos.

El número Kelly (véase fórmula N°1) puede ser positivo, cero y negativo. En este informe, se han utilizado las fórmulas para realizar el cálculo diario del número Kelly en función a la información histórica disponible (hasta el día anterior) y si el número Kelly fuese mayor a 5%, se consideraba ese porcentaje de la cartera (teniendo en cuenta la ponderación total de los

activos). Si el mismo resultaba menor a 5% (incluyendo valores nulos y negativos), se balancea la cartera, vendiendo la posición hasta llegar al mínimo de un 5% cumpliendo con el segundo supuesto anteriormente escrito.

D. Resultados Criterio Kelly Simple

Se ha examinado qué resultados se habrían obtenido en caso que se hubiese realizado un trading diario, ajustado por el número Kelly (véase fórmula N°1), para cada uno de los activos del portafolio de las empresas previamente seleccionadas.

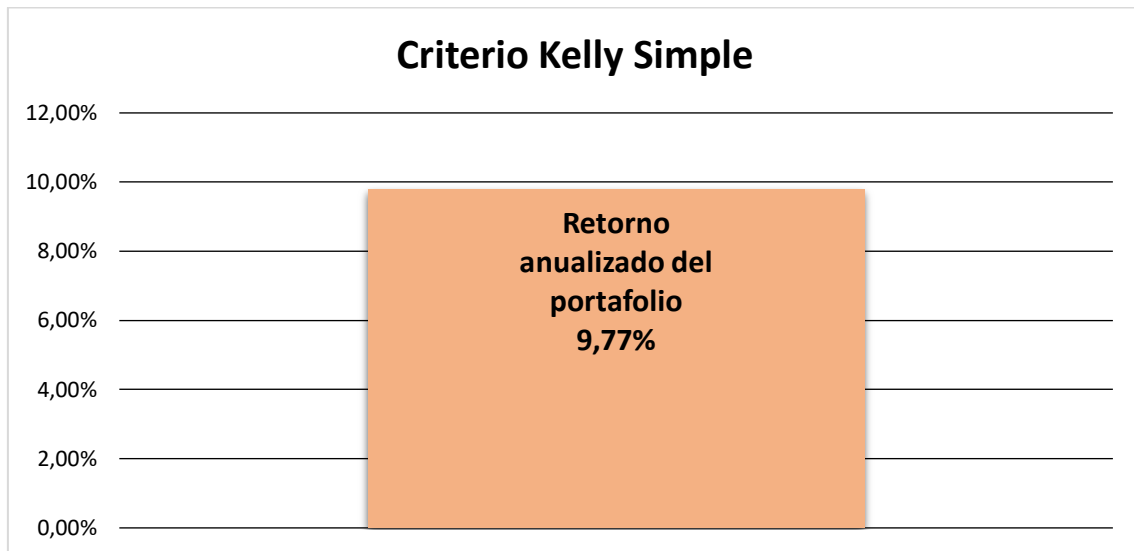


Gráfico N°3

El retorno anualizado compuesto del portafolio (véase fórmula N°4) utilizando el trading Kelly es, del año 2 al año 10 es de 9.77%.

El año 1, como ya se ha mencionado, se utiliza como fuente de información histórica para calcular el número Kelly "inicial". Desde el primer día del año 2 hasta el último día del año 10, el número Kelly (véase fórmula N°1) se actualiza con cada día de operación.

E. Limitación y justificación de descarte de este método

En el siguiente cuadro se observa la comparación entre los retornos anualizados compuestos (véase fórmula N°4) utilizando las diferentes distribuciones de los doce activos según cada una de la metodología aplicada. El rango temporal siempre contempla de nueve años (del año 2 al 10 incluidos) ya que se utiliza información del año 1 para la distribución de la cartera del año 2, la información del año 2 para la distribución de la cartera en el año 3, y así sucesivamente.

El retorno anualizado compuesto se calcula con la siguiente fórmula:

Retorno Anualizado Compuesto = $\left(\frac{\text{Valor Final}}{\text{Valor Inicial}}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$ siendo n , en este caso, 9 años⁴ → *Fórmula N°4*.

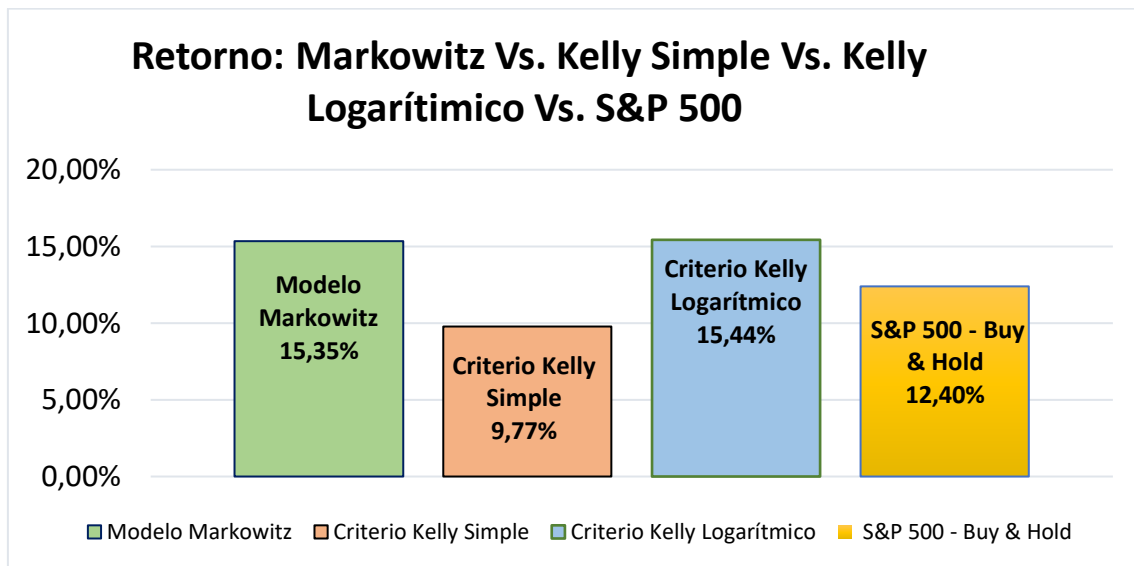


Gráfico N°4

Se ha observado en el gráfico N°4 que el criterio “Kelly Simple” genera la distribución del portafolio que ofrece el menor retorno anualizado compuesto (del año 2 al 10). Esto, además de otras limitaciones que se detallan a continuación, justifican por qué dicho criterio resulta una pésima herramienta de trading diario. Por lo expuesto, la metodología en cuestión fue descartada del presente trabajo.

Las limitaciones del método “Kelly Simple” que se han considerado son:

- El rebalanceo de “Kelly Simple” es diario, mientras que los otros dos métodos se analizan con rebalanceos anuales. Esto genera las siguientes conclusiones:
 - a. Es importante mencionar que, si bien el retorno de la metodología “Kelly Simple” es menor que los otros dos criterios (véase gráfico N°4), a rigor de verdad se podría afirmar que se está comparando “en favor” del criterio “Kelly Simple”. Esto se debe a que este criterio está siendo operado con operaciones de rebalanceo diario, mientras que los otros dos sistemas se están aplicando con rebalanceo anuales. Esto genera que la diferencia de retorno, si se estudia el modelo con un rebalanceo anual, sería drásticamente menor en el criterio “Kelly Simple”.
 - b. Al tratarse de un criterio que realiza operaciones de trading diario, demanda gran cantidad de tiempo, a diferencia de los otros dos sistemas que realizan el rebalanceo anual (véase gráfico N°5).

⁴ Elaboración propia. Información disponible en la solapa denominada “Markowitz Vs Kelly” de la planilla Excel adjunta.

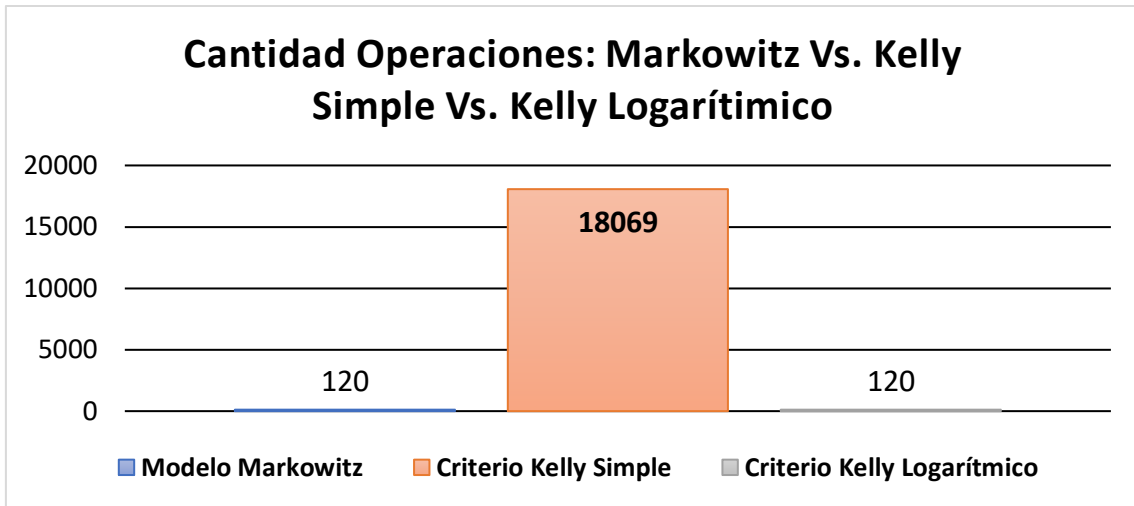


Gráfico N°5

3. Optimización de portafolio con el modelo Markowitz - Rebalanceo anual

A. Historia

El modelo Markowitz es, probablemente, la metodología más aplicada en el mundo de los analistas financieros. El motivo es que se puede aplicar con cierta facilidad y permite obtener una distribución considerando información histórica para maximizar el ratio Sharpe y, de esta manera, encontrar la distribución que optimiza la relación retorno/riesgo.

B. Fórmulas utilizadas

Para esta tesis, se han asumido las mismas dos supuestos que en la optimización de portafolio con el criterio Kelly "Simple", a fin de poder comparar los modelos:

- El total del capital invertido no puede, en ninguna circunstancia, superar el 100% del portafolio a distribuir. Esto porque en el desarrollo del presente trabajo no incluimos la opción de apalancamiento.
- Dentro de los doce activos pre seleccionados, ninguno puede tener una ponderación inferior al 5% de la posición total.

Para realizar la optimización del portafolio según el modelo Markowitz realizaremos los siguientes pasos:

1. Con información de los retornos diarios de cada uno de los activos, se han calculado los siguientes indicadores para cada uno de los años (1 a 10):
 - a. Cálculo de retorno anualizado del año en estudio
 - b. Cálculo de volatilidad anualizada del año en estudio
 - c. Cálculo de ratio Sharpe del año en estudio del año en estudio
 - d. Matriz Varianza-Covarianza entre todos los activos del año en estudio
 - e. Realiza una matriz con una distribución equitativa del portafolio, calculando el retorno esperado, desvío estándar y ratio Sharpe del año en estudio
 - f. Utilizando la herramienta "Solver" disponible en el programa Microsoft Excel, se busca la distribución que maximice el ratio Sharpe con las restricciones previamente citadas (las ponderaciones suman el 100% de la cartera y un 5% de mínima posición en cada activo).
 - g. Calculo el desvío estándar y el ratio Sharpe del portafolio optimizado del año en estudio
2. Para obtener los "Rendimientos reales" del segundo año, se ha tomado la cartera optimizada según el modelo Markowitz para el año 1 y se han multiplicado con los rendimientos reales del año 2.
3. Se repitió el proceso 2 hasta el año 10 para completar la lista de retorno anualizados para cada año, redistribuyendo la cartera cada uno de los años para obtener finalmente el retorno anualizado compuesto del año 2 al año 10 (véase fórmula N°4).

C. Retorno y desvío anualizado

Como resultado final, se ha obtenido un retorno anualizado compuesto (véase fórmula N°4) del portafolio de un 15.35% y un desvío estándar promedio de 21.29% durante los años 2 al 10:

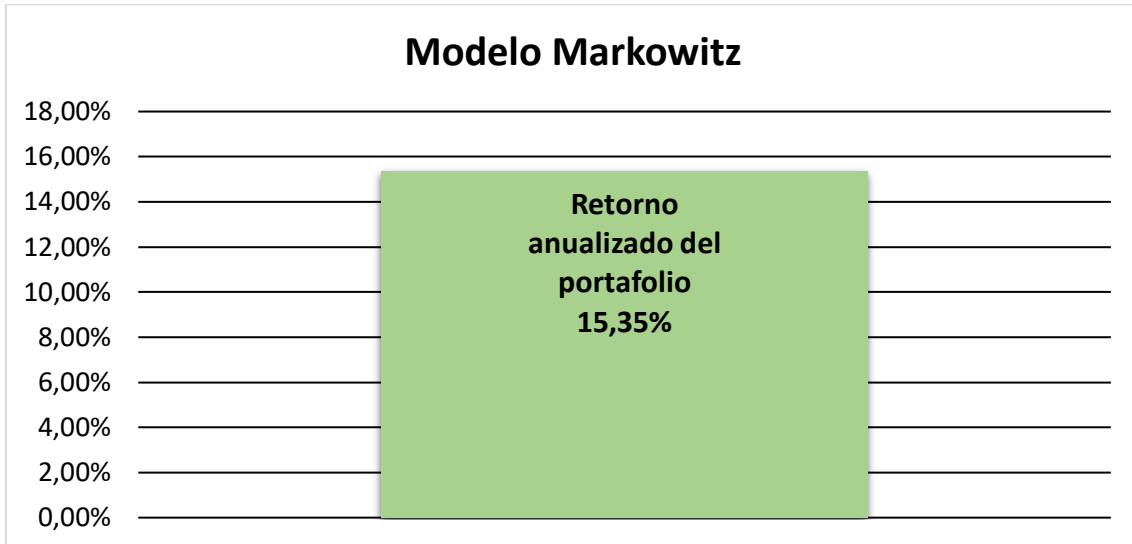


Gráfico N°6

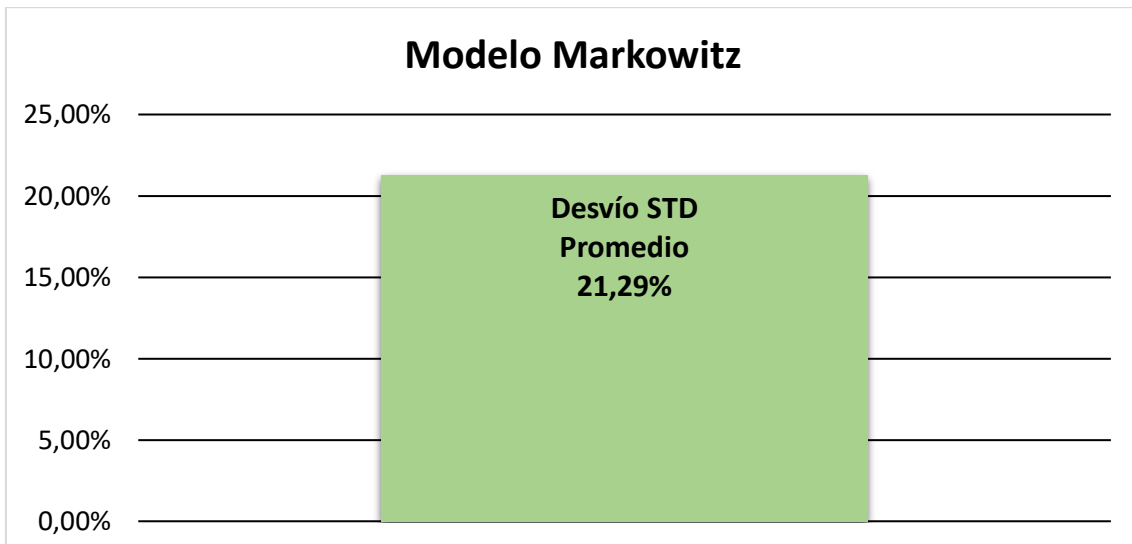


Gráfico N°7

4. Optimización de portafolio con el Criterio Kelly Logarítmico - Rebalanceo anual

A. Historia

“Kelly propuso una fórmula (en inglés, conocido como “Kelly Criterion”) para determinar cuánto del capital colocar en una apuesta dada la probabilidad de ganancia y pérdida. La idea es maximizar la tasa de crecimiento logarítmica media para que una secuencia de apuestas en el largo plazo y en promedio probablemente supere a cualquier otro esquema de apuestas, pero en el corto plazo las apuestas Kelly pueden tener un rendimiento significativamente inferior al de otras apuestas.”⁵

B. Fórmulas utilizadas

Para esta tesis, se ha asumido los mismos supuestos ya descritos en todos los modelos a fin de poder hacerlos comparables.

Para realizar la optimización del portafolio según el modelo de criterio Kelly “Logarítmico”. dr han realizado los siguientes pasos:

1. Con información de los retornos diarios de cada uno de los activos, se calcularon los siguientes indicadores para cada uno de los años (1 a 10):
 - a. Cálculo de retorno anualizado del año en estudio (utilizaremos la misma que Markowitz)
 - b. Matriz Varianza-Covarianza entre todos los activos (se ha utilizado la misma que Markowitz) del año en estudio
 - c. Se ha realizado una matriz con una distribución equitativa del portafolio: Es decir, tiendo que distribuir el 100% de la cartera en doce activos, se procede a ponderar como $\frac{100\%}{12 \text{ activos}}$ es 8.333% por cada uno de los doce activos.
 - d. A esa matriz equitativa, se le ha agregado una columna de “Peso * Retorno” donde se multiplicó la ponderación con el retorno anualizado de cada activo
 - e. Utilizando el criterio Kelly, se obtuvo el Logaritmo de cada activo de la siguiente manera:
$$\text{Log Retorno} = \text{Log} (1 + \text{Peso } i * \text{Retorno } i)$$
 con i para cada uno de los doce activos \rightarrow Fórmula N°5
 - f. Se definió al número Kelly, como el promedio del Log Retorno de cada uno de los activos que conforman el portafolio
 - g. Utilizando la herramienta “Solver” disponible en el programa Microsoft Excel, se buscó la distribución que maximiza el número Kelly, con las restricciones previamente citadas (las ponderaciones suman el 100% de la cartera y un 5% de mínima posición en cada activo).

⁵ Sanabria-López, “El criterio Kelly frente al modelo Markowitz: optimización de portafolio bajo una función no lineal desacoplada de riesgo y rentabilidad. Aplicación al caso colombiano”, M. E.; Única edición (2020).

- h. Cálculo del desvío estándar del portafolio optimizado.
2. Para obtener los “Rendimientos reales” del segundo año, se tomó la cartera optimizada según el criterio Kelly para el año 1 y se lo multiplicó con los rendimientos reales del año 2.
 3. Se repitió el proceso 2 hasta el año 10 para completar la lista de retorno anualizados para cada año, redistribuyendo la cartera cada uno de los años para obtener el retorno anualizado compuesto (véase fórmula N°4).

C. Retorno y desvío anualizado

Como resultado final, se ha obtenido un retorno anualizado compuesto del portafolio (véase fórmula N°4) de un 15.44% y un desvío estándar promedio de 25.67% durante los años 2 al 10:

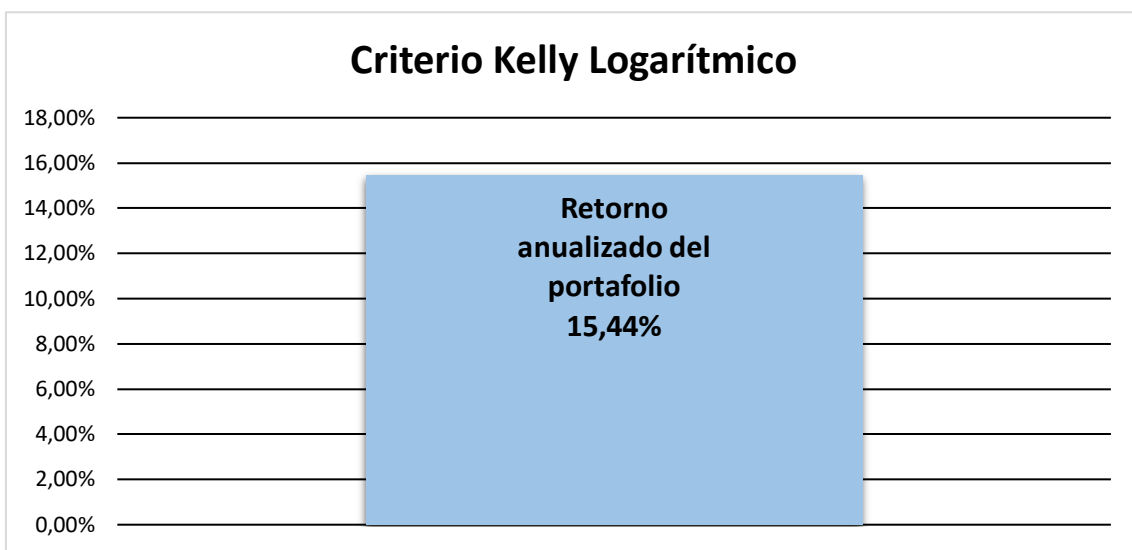


Gráfico N°7

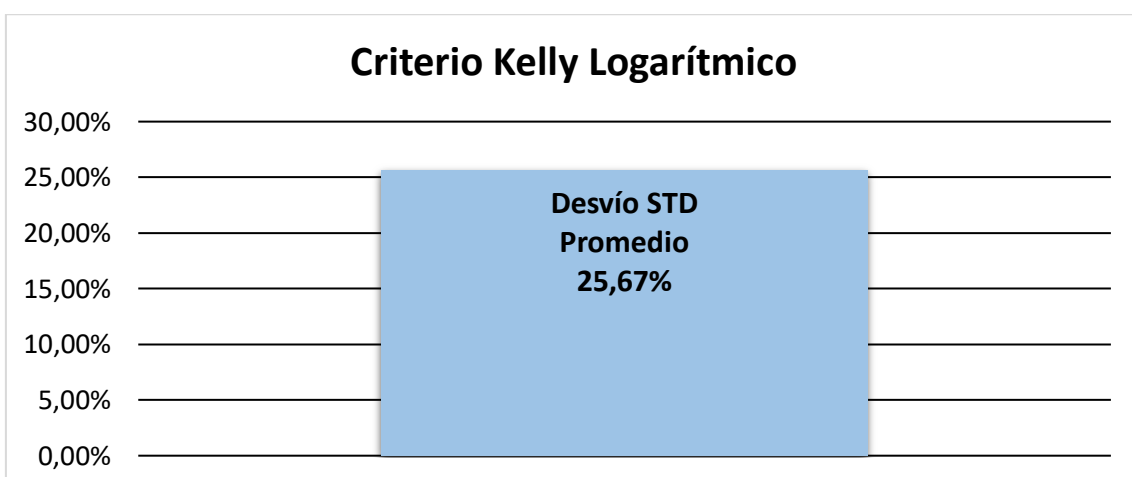


Gráfico N°8

5. Conclusión de modelo Markowitz Vs criterio Kelly logarítmico

Como se observa en el gráfico N°11, la distribución del portafolio con un rebalanceo anual bajo el modelo Markowitz ofrece un menor retorno anualizado compuesto (véase fórmula N°4) respecto al criterio Kelly logarítmico, pero dicha diferencia es significativamente menor respecto a la brecha existente en el desvío estándar promedio (siempre se ha considerado el año 2 al 10).

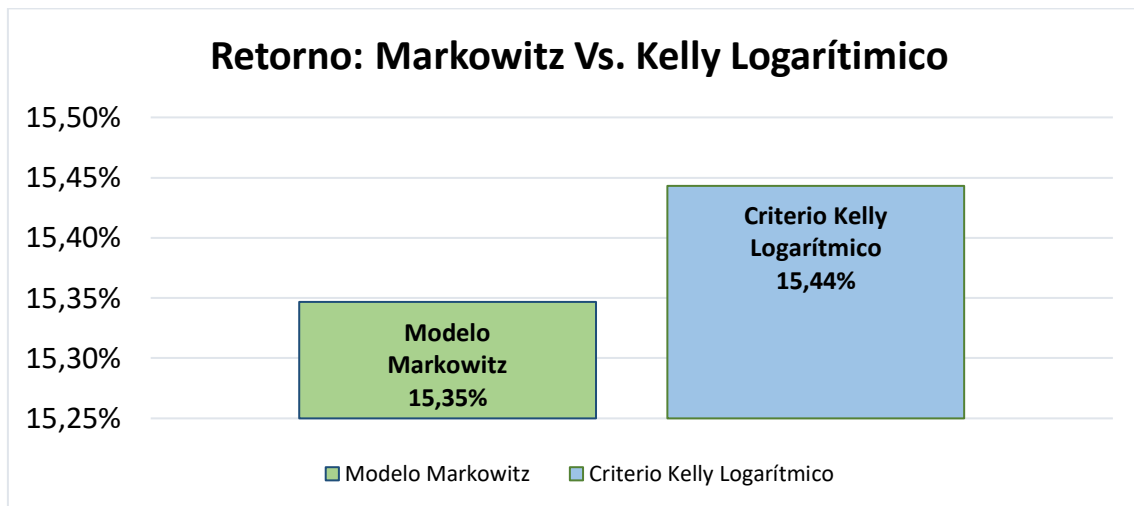


Gráfico N°9

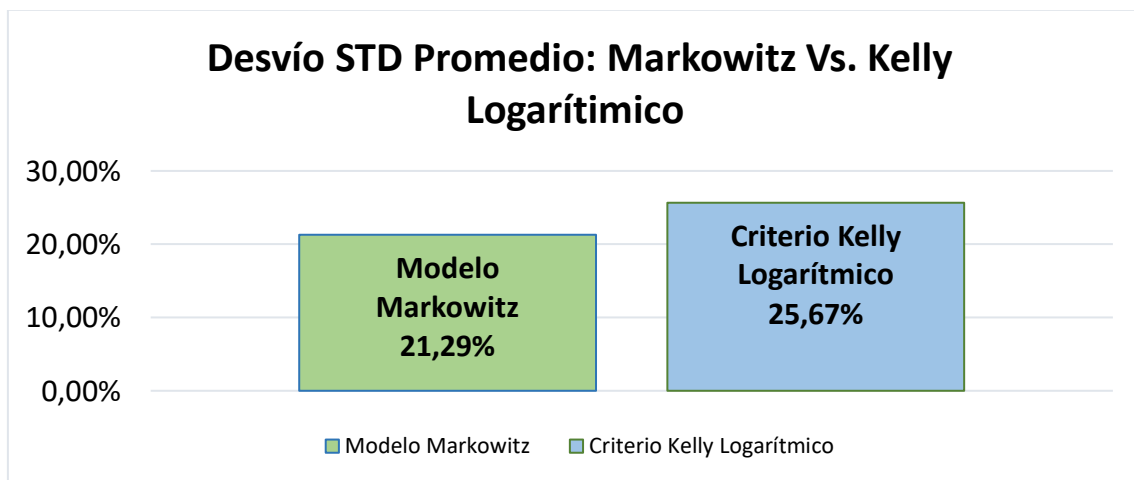


Gráfico N°10

Este informe no cuenta con información suficiente para confirmar si el modelo Markowitz logra, siempre y en toda circunstancia, una mayor optimización de distribución de cartera respecto al criterio Kelly Logarítmico.

Lo que sí se puede afirmar, es que, para los doce activos seleccionados, durante el lapso de tiempo desde el 01/09/2012 al 31/08/2022 y con rebalanceos anuales, el modelo Markowitz presenta una mejor performance.

El retorno anualizado compuesto es mayor con el criterio Kelly logarítmico (15.34%) que con el modelo Markowitz (15.35%), tal cual se observa en el gráfico N°9. Sin embargo, cabe aclarar que la diferencia es solo de un 0.627%.

En cuanto al desvío estándar promedio, la diferencia es significativamente mayor. El desvío estándar promedio del modelo de Markowitz es del 21.29 % mientras que el del criterio Kelly es del 25.67% (véase gráfico N°10). La diferencia aquí es, aproximadamente, del 20.6%.

De esta manera, por cada punto porcentual de retorno anualizado compuesto del modelo Markowitz se ha obtenido 1.38 puntos de desvío estándar promedio. Mientras que, utilizando el criterio Kelly logarítmico, por cada punto porcentual de retorno anualizado compuesto se ha obtenido 1.66 puntos de desvío estándar.

Por eso, podemos confirmar que la mejor performance, en este trabajo, se ha obtenido con el modelo de Markowitz. Porque por un diferencial tan pequeño de retorno anualizado compuesto, hay un gran desvío estándar asociado con el criterio Kelly logarítmico.

Por rebalanceos anuales, me refiero a que, viendo los retornos y la varianza del primer año, armo la cartera para el año 2. Concluido el año 2, utilizo la información de retorno y riesgo del año 1 y del año 2, y de esta manera hago compra/venta de los doce activos para re-balancear mi cartera a la optimizada según la maximización del Ratio Sharpe (modelo Markowitz) o número de Kelly (criterio Kelly logarítmico), utilizando la herramienta "Solver" para el año 3. Y así sucesivamente hasta el año 10 (siempre considerando los dos supuestos ya establecidos).

Es fundamental también entender que los dos supuestos considerados influyen de manera significativa en los resultados obtenidos. Los mismos son que las carteras componen el 100% del disponible, sin apalancamiento ni endeudamiento, y que cada activo debe estar ponderado al menos en un 5% de la cartera completa. Principalmente el segundo supuesto, limita de manera significativa las ponderaciones a asignar en Kelly así como Markowitz ya que ambos tienden a ponderar los retornos históricos obtenidos y, de esta manera, tienden a concentrar la cartera en pocos activos (aún más el criterio Kelly que Markowitz). Por eso, se circunscribe a un 5% de ponderación mínima por activo para que ningún activo en ningún momento deje de

conformar parte de la cartera, pero también de esta manera se limita el tamaño del activo que podría ofrecer una mejor performance. Esto se hace ya que, en caso de no limitarlo, podría producir pérdidas significativas en el retorno si se produjera una caída del activo, estando este concentrado en la cartera.

6. Conclusión de modelo Markowitz Vs Estrategia Buy & Hold del S&P 500

A continuación, se realizará una comparación de que hubiera pasado si habríamos armado nuestro portafolio con una distribución según el modelo Markowitz (con un rebalanceo anual) respecto a una estrategia "buy and hold" del S&P500. Es decir, utilizar información del año 1 para armar la cartera con el modelo de Markowitz para el año 2 y, luego, con información del año 2, armar la cartera del año 3 y así sucesivamente hasta el año 10 en comparación con la compra del S&P500 del año 2 y mantenerlo sin realizar ninguna acción adicional hasta el año 10.

Para esto, se ha calculado el retorno anualizado compuesto (véase fórmula N°4) que hubiésemos tenido en cada una de las estrategias:

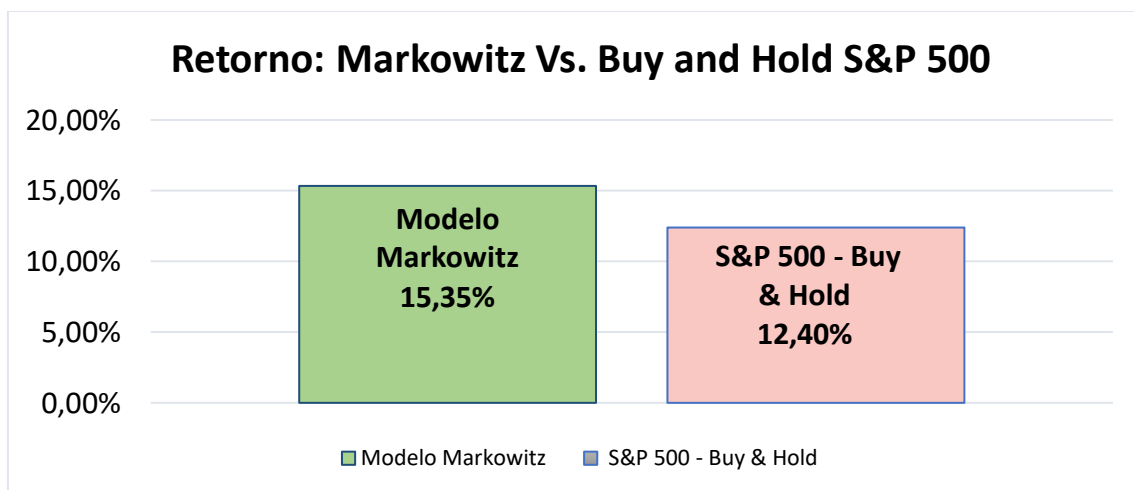


Gráfico N°11

Como podremos observar en el gráfico N°11, el retorno anualizado compuesto para los años 2 a 10 hubiera sido superior realizando un rebalanceo anual con el modelo Markowitz en, aproximadamente, un 24%.

Esto indica que nuestro trabajo hace sentido ya que se ha superado -respecto a retorno anualizado compuesto- a un índice que se utiliza como la mayor referencia para comprender si el armado de nuestro portafolio está brindando rendimientos más importantes que la simple compra del S&P500 sin realizar estudios adicionales.

7. Modelo Markowitz con información histórica completa

Para realizar esta distribución, se han asumido los mismos supuestos con los que venimos trabajando, pero, en esta oportunidad, se ha contemplado la información completa de los últimos 10 años de cada activo. Para esto, se han repetido los pasos anteriormente mencionados, con información de los retornos diarios de cada uno de los activos durante los 10 años de análisis:

- a. Cálculo de retorno anualizado
- b. Cálculo de volatilidad anualizada
- c. Cálculo de ratio Sharpe
- d. Matriz Varianza-Covarianza entre todos los activos
- e. Realiza una matriz con una distribución equitativa del portafolio, calculando el retorno esperado, desvío estándar y ratio Sharpe
- f. Utilizando el "Solver" del Excel, se buscó la distribución que maximiza el ratio Sharpe con las restricciones previamente citadas (las ponderaciones sumen el 100% de la cartera y un 5% de mínima posición en cada activo).
- g. Calculo el desvío estándar y el ratio Sharpe del portafolio optimizado
- h. Además, se calculó otras 18 distribuciones con la fórmula "aleatoria" (random) para validar que la distribución seleccionada es que tiene el mayor ratio Sharpe

La distribución seleccionada queda conformada de la siguiente manera:

Retorno con Peso Optimizado (Solver)

MATX	5,00%
RHHBY	5,00%
AMAT	5,00%
MSFT	37,04%
MDT	5,00%
TSM	10,05%
PFE	5,00%
MMM	5,00%
GOOGL	5,00%
BLK	5,00%
JPM	5,00%
CME	7,91%
Total	100,00%

Retorno Esperado	19,98%
Desvío Std	19,58%
Ratio Sharpe	0,844

Cuadro N°6

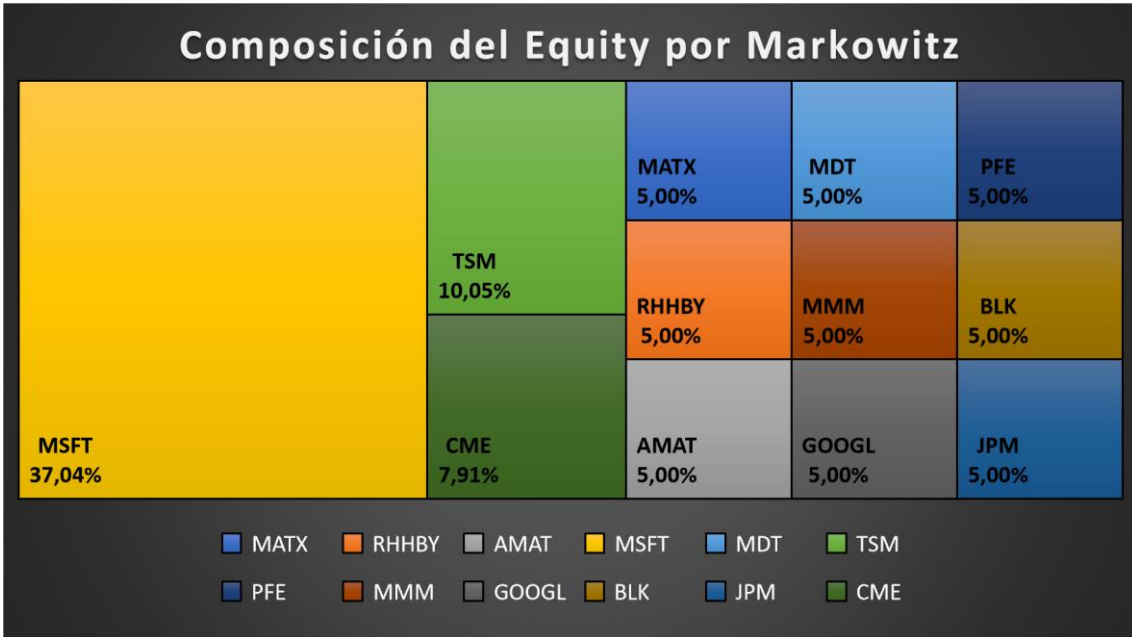


Gráfico Nº12

Anexo

Se adjunta, una hoja de cálculo en Excel dónde se puede observar el desarrollo del trabajo completo y los análisis que fundamentan teóricamente cada una de las conclusiones aquí redactadas.

Referencias

- [1]: Harry Markowitz, "Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments", Yale University Press; Publicado en 1959.
- [2]: Elaboración propia. Información disponible en la solapa denominada "Morningstar" de la planilla Excel adjunta.
- [3]: <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/knowledge/trading-investing/kelly-criterion> - Escrito y publicado por "CFI Team"
- [4]: Elaboración propia. Información disponible en la solapa denominada "Markowitz Vs Kelly" de la planilla Excel adjunta.
- [5]: Sanabria-López, "El criterio Kelly frente al modelo Markowitz: optimización de portafolio bajo una función no lineal desacoplada de riesgo y rentabilidad. Aplicación al caso colombiano", M. E.; Única edición (2020).
- [6]: Magnus Erik Hvas Pedersen, "Portfolio Optimization & Monte Carlo Simulation", Hvas Laboratories Report HL-1401; Última revisión 3 de Agosto, 2014