

C.E.M.A.

Virrey del Pino 3210

Belgrano R

1426 Buenos Aires

Te. 552-3291/9313/7771

ASIGNACION INTERTEMPORAL DE RECURSOS  
Y EVASION IMPOSITIVA

Oswaldo Schenone  
Diciembre 1981

N° 31

ASIGNACION INTERTEMPORAL DE RECURSOS  
Y EVASION IMPOSITIVA

por

Oswaldo Schenone  
C.E.M.A.

SINTESIS

La discriminación contra el ahorro y a favor del consumo presente creada por el impuesto al ingreso ha sido estudiada por lo menos desde fines de la década de los años 30, y mencionada por John Stuart Mill hace más de un siglo.

En este trabajo se investiga el efecto de la posibilidad de evadir el impuesto al ingreso sobre la discriminación contra el ahorro y la acumulación de capital. En particular se investiga si la posibilidad de evasión, con probabilidad de detección creciente a medida que aumenta la evasión acumulada afecta la distorsión sobre la trayectoria de acumulación de capital debida al impuesto al ingreso.

En este trabajo se supone que la probabilidad de descubrir la evasión es una función creciente de la evasión acumulada. Este supuesto es consistente con un comportamiento de la autoridad tributaria que controle más a los contribuyentes que ostentan una situación patrimonial holgada, no obstante haber declarado consistentemente ingresos bajos en relación con dicha situación patrimonial.

## I. Introducción

La discriminación contra el ahorro y a favor del consumo presente creada por el impuesto al ingreso ha sido estudiada por lo menos desde fines de la década de los años 30, y mencionada por John Stuart Mill hace más de un siglo<sup>1</sup>.

También es bien sabido que este impuesto distorsiona el mercado de trabajo, reduciendo la cantidad ofrecida por debajo del nivel que tendría si se aplicara un impuesto neutral que diera la misma recaudación<sup>2</sup>.

La posibilidad de evadir ilegalmente el pago de este impuesto podría compensar parcialmente este efecto sustitución en la oferta de trabajo y de ese modo mejorar la asignación de recursos y el bienestar<sup>3</sup>.

En este trabajo se investiga el efecto de la posibilidad de evadir el impuesto al ingreso sobre la discriminación contra el ahorro y la acumulación de capital. En particular se investiga si la posibilidad de evasión, con probabilidad de detección creciente a medida que aumenta la evasión acumulada afecta la distorsión sobre la trayectoria de acumulación de capital debida al impuesto al ingreso. Naturalmente, no nos referimos al resultado trivial del efecto ingreso (positivo, presumiblemente) de pagar menos impuesto sobre la trayectoria de acumulación de capital, si-

1. Irving Fisher (1929), John Stuart Mill (1965).

2. Ian M.D. Little (1951), Arnold C. Harberger (1964).

3. Laurence Weiss (1976).

no que nos interesa (siguiendo la metodología aceptada en el análisis de los impuestos y la eficiencia económica, "excess burden analysis") estudiar el efecto sustitución generado por la posibilidad de evasión. Por lo tanto, se supone en el trabajo que existen otros impuestos perfectamente neutrales respecto de la asignación de recursos, cuya recaudación se altera de tal modo de compensar cualquier pérdida de recaudación debida a la evasión del impuesto al ingreso.

En la literatura sobre evasión hay relativamente poca elaboración sobre los determinantes de la probabilidad de descubrir la evasión. Lo más simple, por supuesto, es suponer que esta probabilidad es un parámetro exógeno. Allingham y Sandmo (1972) investigan el efecto de suponer que tal probabilidad es una función inversa del ingreso declarado por el contribuyente, pero en la parte de su trabajo dedicada al análisis dinámico de la evasión adoptan el supuesto de una probabilidad fijada exógenamente.

En este trabajo se supone, en cambio, que la probabilidad de descubrir la evasión es una función creciente de la evasión acumulada. Este supuesto es consistente con un comportamiento de la autoridad tributaria que controle más a los contribuyentes que ostentan una situación patrimonial holgada, no obstante haber declarado consistentemente ingresos bajos en relación con dicha situación patrimonial. Este supuesto no sólo endogeniza la probabilidad de detección, como en el análisis estático del trabajo de Allingham y Sandmo, sino que además la dinamiza al considerarla una variable de estado, que depende de las trayectorias de la variable de control.

## II. El Caso Sin Evasión.

El resultado tradicional de la no-neutralidad del impuesto al ingreso sobre la acumulación de capital se puede presentar con el siguiente modelo simple en el que existe un solo bien que puede ser consumido o invertido. Considere<sup>4</sup> una economía que maximiza  $\int_0^{\infty} U(C(t))e^{-\delta t} dt$ , donde  $U(C(t))$  indica la utilidad en cada momento del tiempo como función del consumo,  $C(t)$  y donde  $\delta$  indica la tasa de preferencia intertemporal (la cual se supone constante a través del tiempo y exógenamente dada, por simplicidad). Esta maximización está sujeta a

$$1) f(K(t)) = \dot{K}(t) + C(t),$$

$$2) K(0) = K_0,$$

donde  $f(K(t))$  indica el total de producción al momento  $t$ , como función homogénea de primer grado del capital en ese momento,  $K(t)$  y un punto sobre una variable indica la derivada con respecto al tiempo de esa variable; en particular,  $\dot{K}(t) \equiv dK(t)/dt$ .

Se supone, además, que  $U' \equiv dU/dC > 0$ ,  $U'' \equiv d^2U/dC^2 < 0$  y que

$$\lim_{C(t) \rightarrow 0} U(C(t)) = -\infty$$

$$\lim_{C(t) \rightarrow 0} U'(C(t)) = \infty, \quad \lim_{C(t) \rightarrow \infty} U'(C(t)) = 0$$

Respecto de la función  $f$ , se supone que ésta tiene derivadas primera y segunda que satisfacen las condiciones

4. En la presentación de este modelo seguimos la exposición de K. Arrow y M. Kurz (1970), Cap. III.

$$f' > 0 \quad \text{y} \quad f'' < 0$$

La solución al problema de maximización bajo restricciones planteado es el siguiente sistema de dos ecuaciones diferenciales (dando por sobreentendido el subíndice  $t$ , para simplificar la notación):

$$3) \dot{U}' = U'(\delta - f'(K)), \quad \text{donde } \dot{U}' \equiv dU'/dt.$$

$$4) \dot{K} = f(K) - g(U').$$

La condición de transversalidad es<sup>5</sup>:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\delta t} U'[C(t)]K(t) = 0,$$

la cual es satisfecha por la trayectoria que converge a los valores finitos  $K^*$ ,  $U'(C^*)$ .

La ecuación (4) es idéntica a la (1), reemplazando  $C$  por  $g(U')$ , donde la función  $g$  es la inversa de la función  $U'$  tal que  $C \equiv g(U')$ <sup>6</sup>.

El diagrama de fases correspondiente al sistema formado por las ecuaciones (3) y (4) está representado en el Gráfico 1, donde  $C^*$  y  $K^*$  indican los valores del consumo y del stock de capital en el steady state.

Las trayectorias del consumo y el capital se describen en los Gráficos 2 y 3 respectivamente, a partir de  $K_0 < K^*$ .

5. Cf. Arrow y Kurz (1970), pág. 72.

6. La existencia de la función  $g$  está garantizada por el hecho de que  $U'$  es una función monótonamente decreciente de  $C$ .

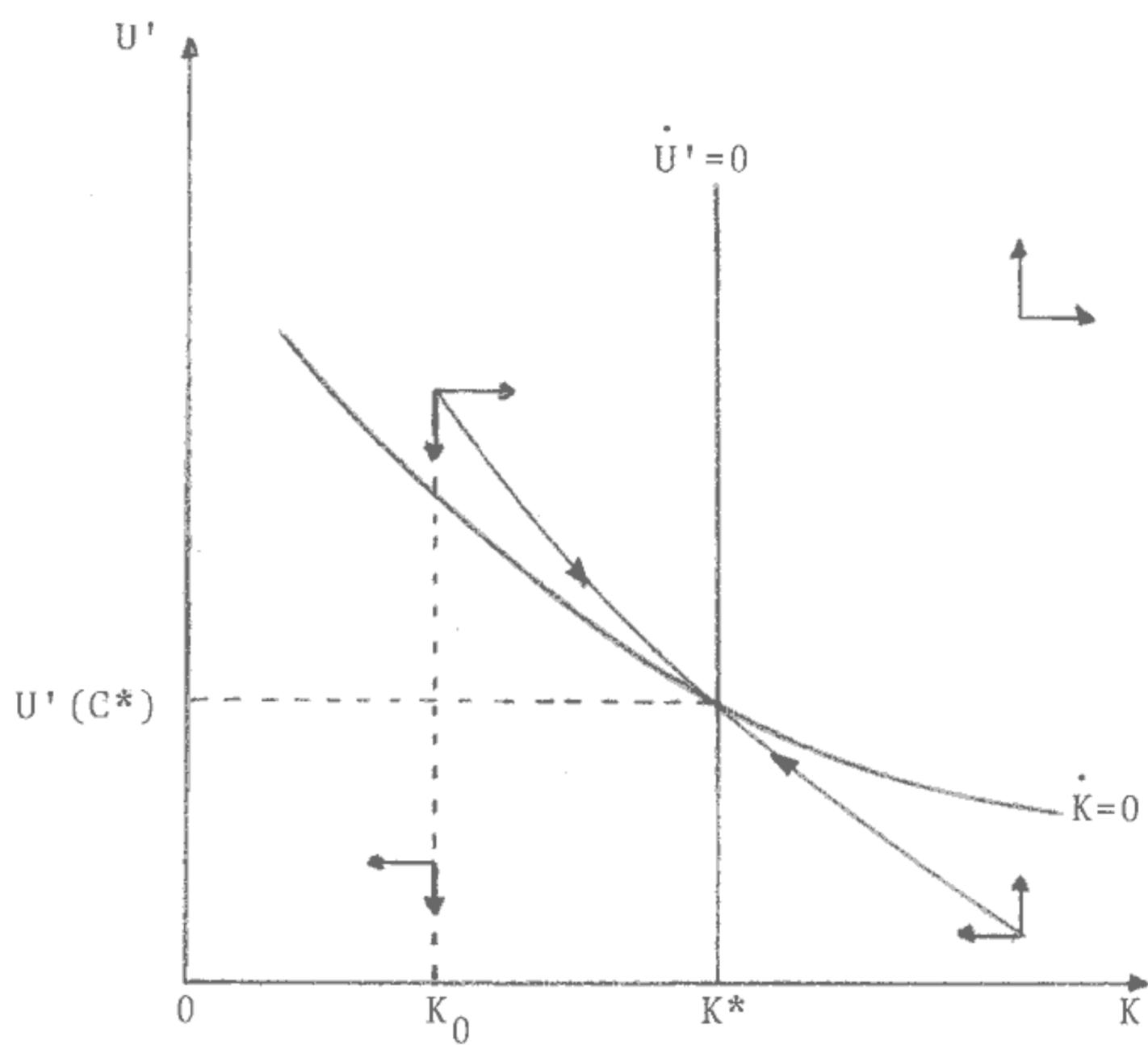
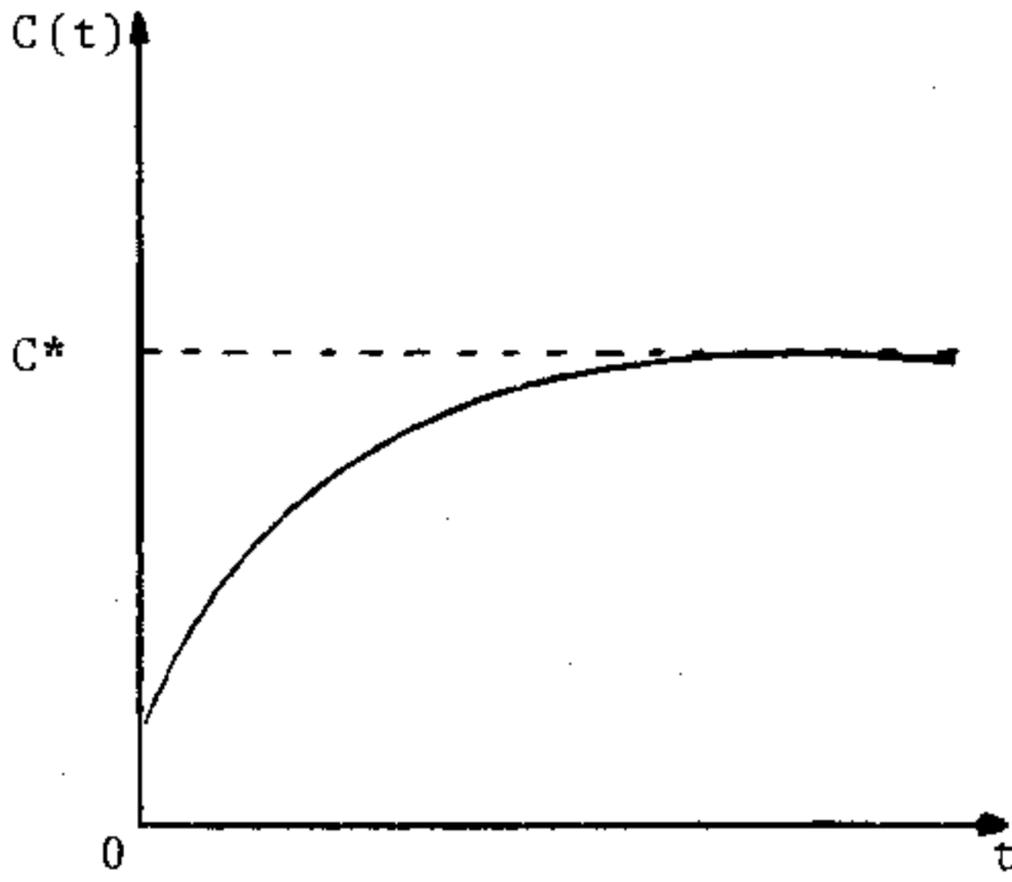
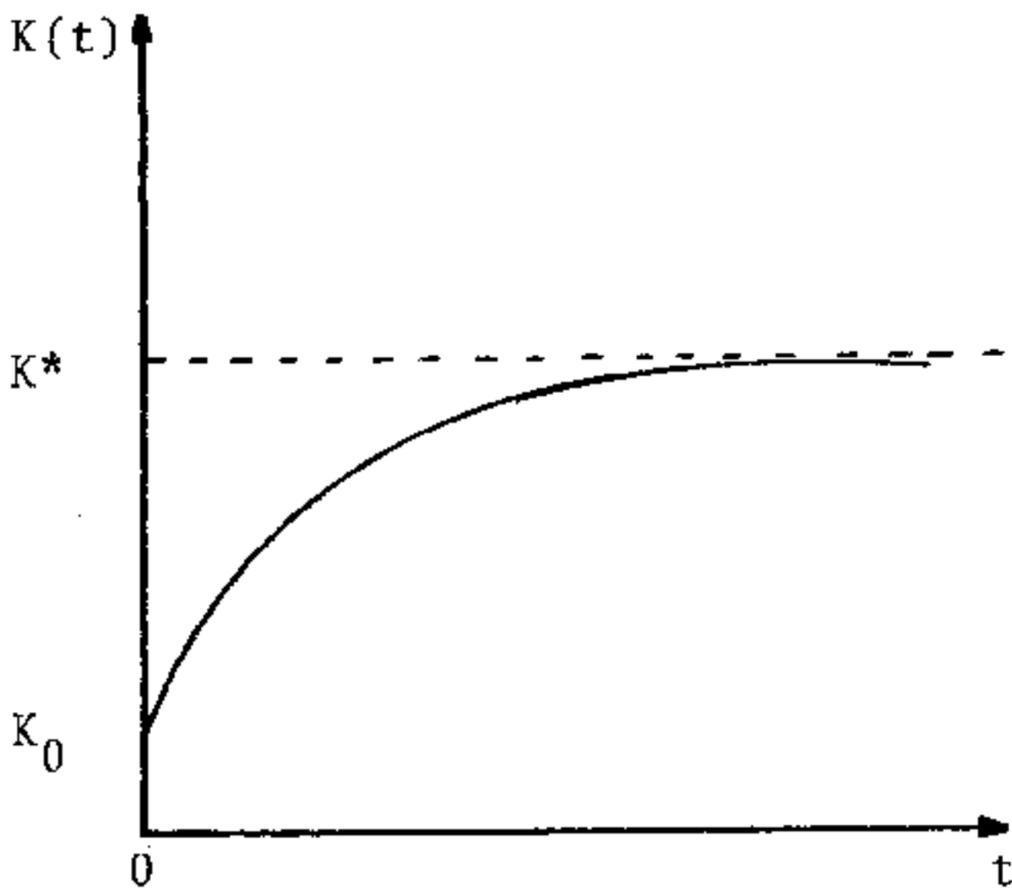
Gráfico 1.

Gráfico 2.Gráfico 3.

El efecto sustitución del impuesto al ingreso a tasa  $T$  se aprecia simplemente modificando la ecuación (1) y resolviendo la maximización sujeta a la restricción (1) modificada y a la ecuación (2).

En presencia del impuesto la restricción (1) se transforma en:

$$5) Z(t) + (1-T) f(K(t)) = \dot{K}(t) + C(t),$$

donde  $Z(t)$  representa transferencias neutrales que compensan el efecto ingreso del impuesto. Es decir,  $Z(t) = T f(K(t))$ , aunque desde el punto de vista del ente maximizador  $Z(t)$  es tratado como una constante exógena.

Consecuentemente, el sistema de dos ecuaciones diferenciales que resuelve el problema planteado es:

$$6) \dot{U}' = U' (\delta - (1-T) f'(K))$$

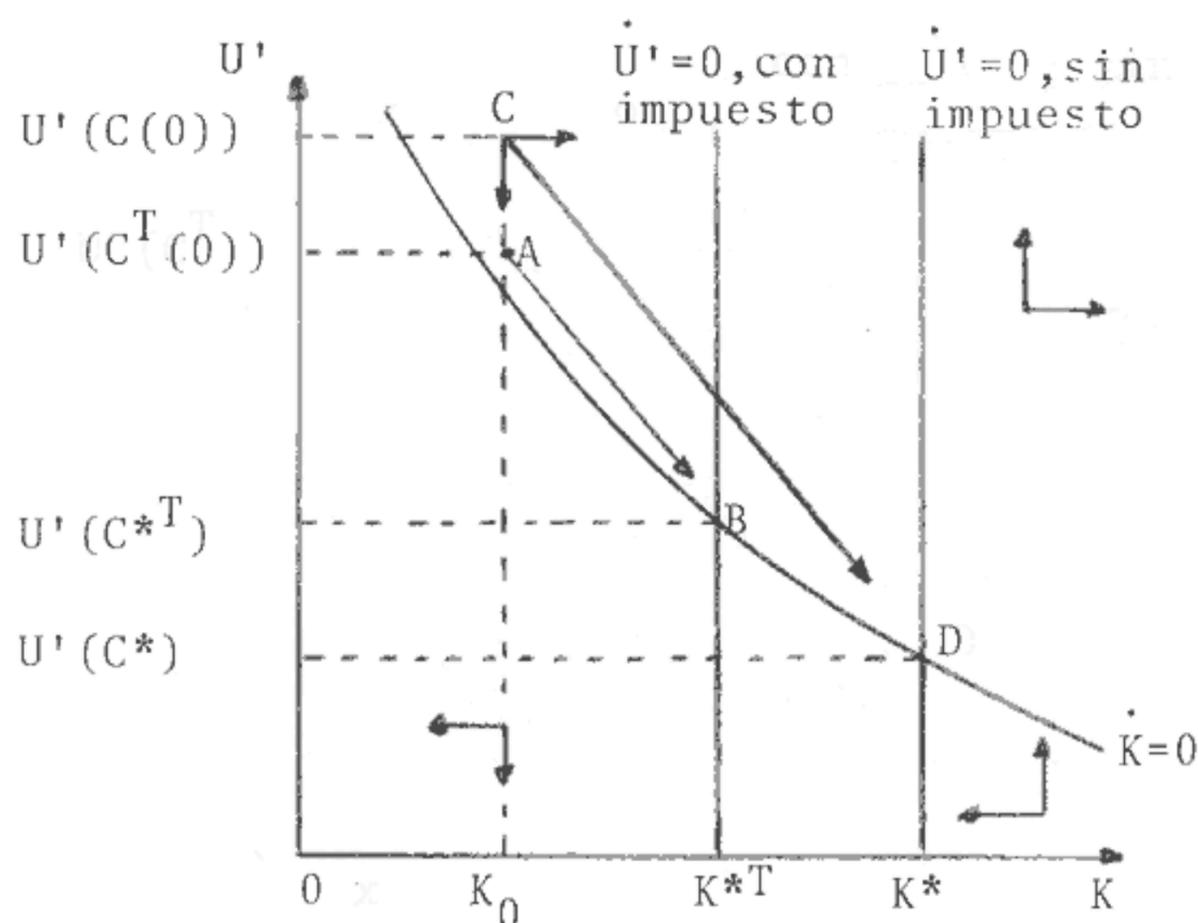
$$7) \dot{K} = (1-T)f(K) - g(U') + Z$$

Las ecuaciones (4) y (7) son idénticas, mientras que la ecuación (6) indica que a lo largo de la trayectoria de acumulación el cambio porcentual de la utilidad marginal del consumo iguala la diferencia entre  $\delta$  y el producto marginal del capital neto de impuesto.

Haciendo  $\dot{U}' = 0 = \dot{K}$  en las ecuaciones (6) y (7) se calculan los valores de  $C$  y  $K$  en el nuevo steady state, que denominaremos  $C^*T$  y  $K^*T$ . El diagrama de fases correspondiente al sistema de las

ecuaciones (6) y (7) se representa en el Gráfico 4, donde además se incluye la representación de la ecuación (3),  $0 = U'(\delta - f'(K))$ , para facilitar la comparación entre las trayectorias del consumo y la acumulación de capital en los casos con y sin impuesto (trayectorias AB y CD, respectivamente).

Gráfico 4.

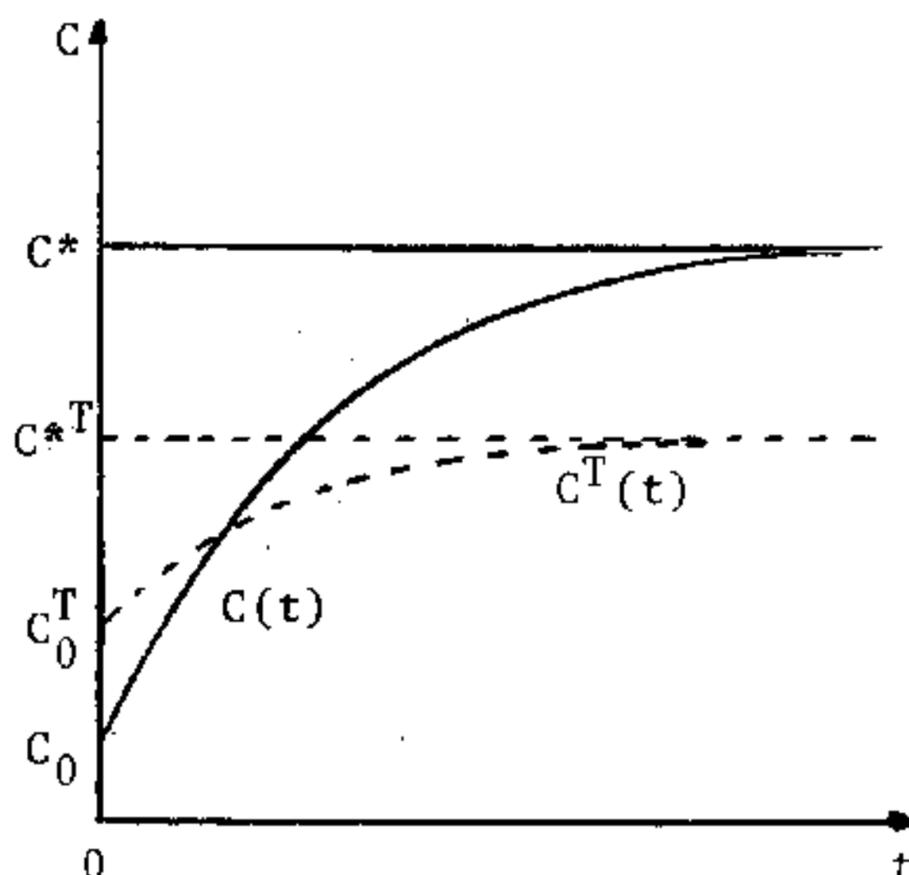


Al imponer el gravamen, la trayectoria original (CD) se torna divergente y por lo tanto ya no es óptima. La economía optimiza la acumulación de capital en presencia del impuesto aumentando el consumo presente, de modo de reducir  $U'(C(0))$  lo suficiente para

ubicarse en una trayectoria convergente (trayectoria AB) que maximiza  $\int_0^{\infty} U(C(t))e^{-\delta t} dt$  sujeto a las restricciones (2) y (5)<sup>7</sup>.

En los Gráficos 5 y 6 se representan las trayectorias del consumo y la acumulación de capital, respectivamente,  $C^T(t)$  y  $K^T(t)$  que resultan de la adopción del impuesto. Para facilitar la comparación se reproducen también en esos Gráficos las trayectorias de esas variables en ausencia del impuesto,  $C(t)$  y  $K(t)$ .

Gráfico 5.

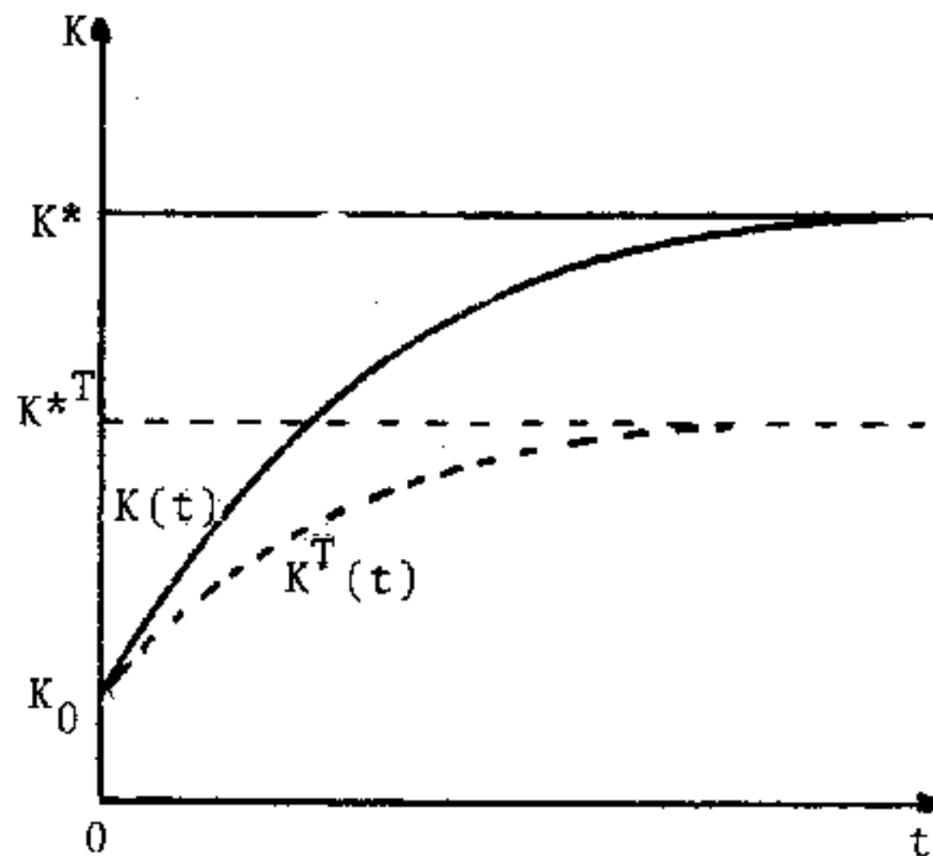


7. El costo de bienestar del impuesto al ingreso consiste en que el valor máximo de:

$$\int_0^{\infty} U(C(t))e^{-\delta t} dt,$$

siguiendo la trayectoria AB es menor que el que se podía obtener siguiendo la trayectoria CD. Ver, entre otros, los trabajos de Levhari y Sheshinski (1972) y Schenone (1975).

Gráfico 6.



Estos Gráficos ilustran con claridad la discriminación a favor del consumo presente ( $C_0^T > C_0$ ), y en contra del consumo futuro y la acumulación de capital ( $C^{*T} < C^*$  y  $K^{*T} < K^*$ ).

### III. El Caso Con Evasión.

Siguiendo el enfoque predominante en la literatura sobre este tema<sup>8</sup>, vamos a suponer que el objetivo a maximizar es el valor

8. M.G.Aillingham y A. Sandmo (1972), V. Christiansen (1980), S.C. Kolm (1973).

esperado de la utilidad; es decir, la economía se comporta como si maximizara

$$8) \int_0^{\infty} E[U(C(t))] e^{-\delta t} dt,$$

sujeto a las restricciones que veremos a continuación.

Sea  $\Pi(t)$  la probabilidad que un evasor sea detectado en el período  $t$ . Si ello sucede, el evasor deberá pagar el impuesto evadido en ese período más una penalidad igual a  $P$  veces el impuesto evadido en ese período ( $P > 1$ ). Esto permite reescribir (8) planteando el problema como sigue:

$$9) \text{Max} \int_0^{\infty} [(1-\Pi(t))U^S(C^S(t)) + \Pi(t)U^F(C^F(t))] e^{-\delta t} dt$$

sujeto a las ecuaciones (2), (10), (11) y (12)

$$10) \dot{C}^S(t) = f(K(t))[1-T(1-\alpha(t))] - \dot{K}^S(t) + Z^S(t).$$

$$11) \dot{C}^F(t) = f(K(t))[1-T(1+P\alpha(t))] - \dot{K}^F(t) + Z^F(t),$$

donde el índice  $S$  indica el valor de la variable respectiva si la evasión no se detecta y el índice  $F$  lo indica en el caso que la evasión sea descubierta. El supuesto que en esta economía prevalece la aversión al riesgo implica que  $U^{S'} < U^{F'}$ . Además,  $\alpha(t)$  representa la fracción del ingreso sobre la que se pretende no pagar impuesto.  $\alpha(t)$  es una variable de control adicional, ya que ahora debemos suponer que los sujetos económicos optimizan respecto de la acumulación de capital y respecto del impuesto evadido en cada período.

Finalmente, vamos a suponer que la probabilidad de descubrir la evasión en un período dado,  $\Pi(t)$ , depende de la evasión acumulada hasta ese período,  $E(t)$ ; es decir,

$$12) \Pi(t) = \Pi[E(t)] = \Pi\left[\int_0^t T f[K(i)] \cdot \alpha(i) di\right], \Pi' > 0$$

Las variables de estado en este problema son  $K(t)$  y  $\Pi(t)$  y las variables de control son  $\dot{K}(t)$  y  $\dot{\Pi}(t)$  o, equivalentemente,  $\dot{K}(t)$  y  $\alpha(t)$  ya que  $\dot{\Pi}(t) = \Pi' \alpha(t) f(K) T$ .

Reemplazando (10), (11) y (12) en (9) y llamando  $H(t)$  a la expresión resultante, la maximización condicionada que nos ocupa se puede escribir como:

$$\text{Max} \int_0^{\infty} H(t) dt.$$

Las condiciones de primer orden son<sup>9</sup>:

$$13) \frac{\partial H}{\partial K} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial H}{\partial \dot{K}} \right)$$

$$14) \frac{\partial H}{\partial \alpha} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial H}{\partial \dot{\alpha}} \right)$$

Para simplificar la notación, en lo que sigue daremos por sobrentendidos los argumentos de las funciones, así por ejemplo f

9. El cumplimiento de las condiciones de segundo orden está asegurado por la concavidad de las funciones  $U$  y  $f$  y por el cumplimiento de las condiciones de transversalidad:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\delta t} U'(C(t)) K(t) = 0,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\delta t} U'(C(t)) \Pi(t) = 0.$$

será una abreviatura de  $f(K(t))$ ,  $\Pi$  lo será de  $\Pi(E(t))$ , etc.

De (13) y (14), respectivamente, se obtiene:

$$15) T\alpha f' [\Pi' (U^F - U^S) + \frac{1-T}{\alpha} (U^{S'} (1-\Pi) + \Pi U^{F'}) + U^{S'} (1-\Pi) - U^{F'} P\Pi] = \\ = \delta [U^{S'} - \Pi(U^{S'} - U^{F'})] + [\Pi' f\alpha T (U^{S'} - U^{F'}) + \Pi(\dot{U}^{S'} - \dot{U}^{F'}) - \dot{U}^{S'}]$$

$$16) \Pi' (U^F - U^S) + U^{S'} (1-\Pi) - U^{F'} P\Pi = 0.$$

Esta ecuación, por supuesto, indica que el evasor está en equilibrio cuando el valor esperado de la utilidad marginal por peso evadido,  $U^{S'} (1-\Pi)$ , es igual al "costo marginal" por peso evadido. Este "costo marginal" está formado por dos componentes:  $U^{F'} P\Pi$ ; es decir, la desutilidad marginal del valor esperado de la penalidad, y  $\Pi' (U^S - U^F)$ ; es decir, el aumento de la probabilidad de ser detectado en el futuro y perder  $U^S - U^F$ .

La ecuación (16) permite establecer las condiciones bajo las cuales habrá evasión impositiva; es decir las condiciones bajo las cuales se verifica que:

$$17) U^F < U^S,$$

$$18) U^{S'} < U^{F'}.$$

Dados (17) y (18), sea:

$$U^S - U^F = \psi > 0,$$

$$U^{F'} / U^{S'} = \epsilon > 1.$$

De donde (16) puede escribirse

$$-\pi' (\Psi/U^{F'}) + (U^{S'}/U^{F'}) (1-\pi) = \pi P$$

$$-(\pi'/\pi) (\Psi/U^{F'}) + (1/\varepsilon) (1-\pi)/\pi = P$$

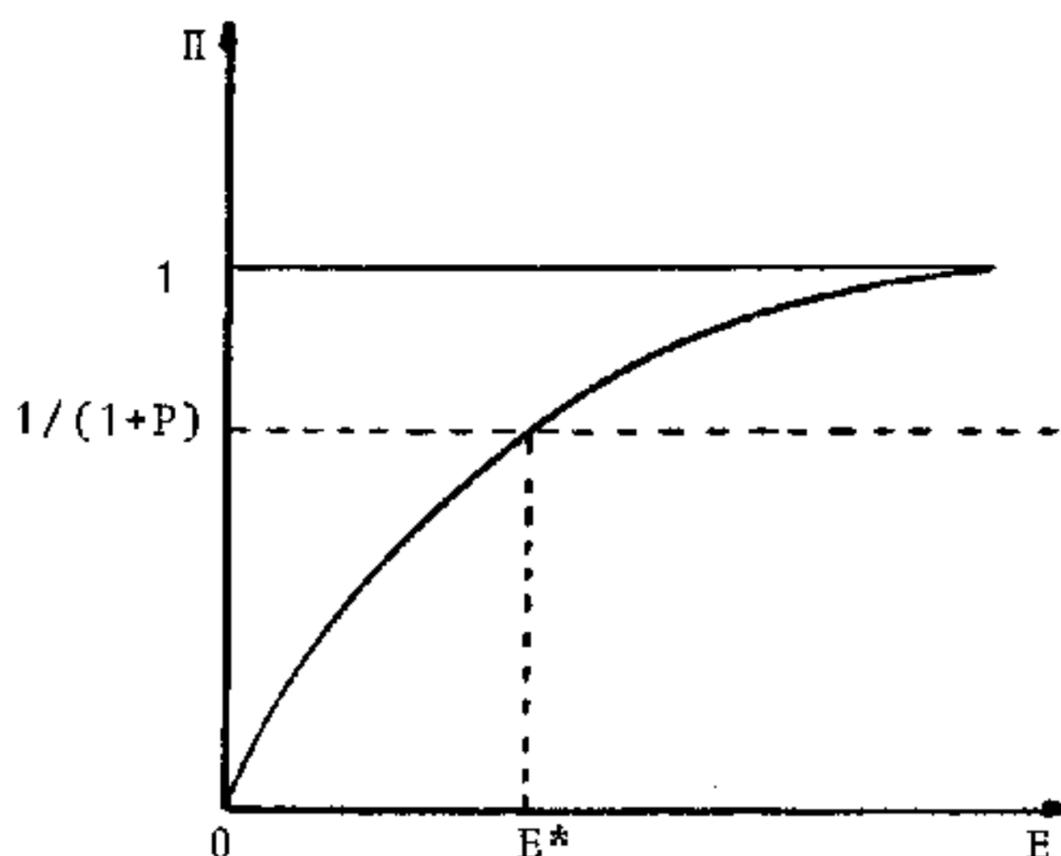
$$(1-\pi)/\pi > P$$

$$\pi < 1/(1+P)$$

Este resultado coincide con el de la ecuación (6') de Allingham y Sandmo (1972) e indica que habrá evasión ( $\alpha(t) > 0$ ) mientras  $\pi(t)$  se mantenga por debajo de  $1/1+P$ . De igual modo, se puede verificar a partir de la ecuación (16) que la evasión cesa; o sea,  $U^S = U^F$  y  $U^{S'} = U^{F'}$ , cuando  $\pi = 1/1+P$ .

El Gráfico 7 muestra este resultado para el caso en que la función  $\pi(E(t))$  es de la forma  $E/1+E$ .

Gráfico 7.



La ecuación (16) indica que existirá evasión mientras la evasión acumulada sea menor que  $E^*$ .

Además, se puede establecer que la evasión óptima decrece cuando aumenta  $\Pi$ <sup>10</sup>: Llamando  $J$  el lado izquierdo de la ecuación (16), podemos calcular

$$\left. \frac{d\Psi}{d\Pi} \right|_{(16)} = - \frac{\partial J / \partial \Pi}{\partial J / \partial \Psi} = - \frac{U^{S'} + U^{F'} P}{\Pi'} < 0$$

O equivalentemente,

$$\left. \frac{d\varepsilon}{d\Pi} \right|_{(16)} = - \frac{\partial J / \partial \Pi}{\partial J / \partial \varepsilon} = - \frac{P+1/\varepsilon}{(1-\Pi)/\varepsilon^2} < 0$$

Reemplazando la ecuación (16) en la (15) se obtiene:

$$19) [\delta - (1-T)f'] [U^{S'}(1-\Pi) + \Pi U^{F'}] = \dot{\Pi}(U^{F'} - U^{S'}) + \Pi(\dot{U}^{F'} - \dot{U}^{S'}) + \dot{U}^{S'}$$

Se sabe, además, que

$$20) \dot{\Pi} = \Pi' \alpha f T.$$

De la ecuación (10) se puede escribir<sup>11</sup>:

10. Este resultado concuerda con el de Allingham y Sandmo (1972), quienes concluyen en base a un modelo bastante diferente al de este trabajo que un evasor optimizador reducirá paulatinamente la fracción de impuesto evadido.

11. Resulta indiferente utilizar la ecuación (10) u (11) ya que, tomando (10)  $Z^S(t) = f[K(t)]T[1-\alpha(t)]$  y tomando (11)  $Z^F(t) = f[K(t)]T[1+P\alpha(t)]$ . En cualquier caso  $C(t) = f[K(t)] - \dot{K}(t)$ .

$$21) \dot{K} = f(K) - g(U^{S'})$$

El steady state requiere  $\dot{K} = 0 = \dot{\Pi}$ . Esto implica, a partir de la ecuación (20),  $\alpha^* = 0$ ; es decir en el steady state no hay evasión. Por lo tanto  $U^F = U^S$ ,  $U^{F'} = U^{S'}$ ,  $\dot{U}^{F'} = \dot{U}^{S'}$ , en el steady state. Además, a partir de la ecuación (21)  $g(U^{S'}) = f(K^{*TE})$ , donde  $K^{*TE}$  indica el stock de capital en el steady state cuando existen un impuesto a tasa  $T$  y la posibilidad de evadirlo. Por lo tanto, el consumo permanece constante en el steady state, e igual a  $f(K^{*TE})$ , de donde  $\dot{U}^{S'} = 0$ . Por lo tanto, el lado derecho de la ecuación (19) es cero en el steady state. Esto, a su vez, indica que la economía converge al mismo stock de capital en el steady state, con o sin evasión:

$$(1-T)f'(K^{*T}) = \delta = (1-T)f'(K^{*TE}),$$

de donde,

$$K^{*T} = K^{*TE}$$

La trayectoria hacia el steady state, en cambio, depende de la existencia de evasión: Reconociendo que el lado derecho de la ecuación (19) es  $E(U')$ , y comparando las ecuaciones (6) y (19) se vé que  $\delta - (1-T)f'$  es la tasa de variación, a lo largo de las trayectorias óptimas, de la utilidad marginal en el caso sin evasión y del valor esperado de la utilidad marginal en el caso de evasión. Ahora bien,

$$\lim_{\Pi \rightarrow 0} E(U^T) = U^{S^T},$$

$$\lim_{\Pi \rightarrow 1/(1+P)} E(U^T) = U^T.$$

Pero  $U^{S^T}$  y  $U^T$  son las utilidades marginales asociadas a  $C^S$  y  $C^T$ ; es decir, a los niveles de consumo que prevalecen sin evasión y con impuestos a tasa  $T(1-\alpha)$  y  $T$  respectivamente.

Es decir, la trayectoria de  $E(U^T)$  tiende, para niveles bajos de evasión acumulada, a la trayectoria de  $U^{S^T}$  y, consecuentemente, para esos niveles de evasión la trayectoria del consumo tiende a la trayectoria del consumo en ausencia de evasión y con tasa impositiva de  $T(1-\alpha)$ . A medida que se acumula evasión (es decir a medida que  $\Pi$  tiende a  $1/(1+P)$ ), la trayectoria de  $E(U^T)$  tiende a la trayectoria de  $U^T$  y, consecuentemente, para esos niveles de evasión la trayectoria del consumo tiende a la trayectoria del consumo en ausencia de evasión y con tasa impositiva de  $T$ .

La explicación intuitiva de este resultado es la siguiente: Cuando la evasión acumulada es insignificante y, consecuentemente,  $\Pi \rightarrow 0$  los sujetos económicos actúan como si la tasa impositiva fuera  $T(1-\alpha)$ , evadiendo una fracción  $\alpha$  de sus impuestos. A medida que la evasión acumulada aumenta, el valor de  $\Pi$  aumenta por lo cual  $\alpha$  disminuye y los sujetos económicos, que actúan como si la tasa impositiva fuera  $T(1-\alpha)$ , perciben esta situación como un aumento de la tasa del impuesto. Este proceso continúa hasta que  $\Pi$  alcanza el valor  $1/(1+P)$ , en cuyo caso cesa la evasión y los sujetos económicos se encuentran pagando definitivamente la tasa impositiva  $T$ .

En términos más formales, digamos que la posibilidad de evasión induce a los agentes económicos a considerar la tasa de impuesto efectivamente pagada como una variable aleatoria cuyo valor esperado es  $(1-\Pi)(1-\alpha)T + \Pi(1+\alpha P)T = E(T)$ .

Por lo tanto,

$$\lim_{R \rightarrow 0} E(T) = (1-\alpha)T$$

$$\lim_{\Pi \rightarrow 1/(1+P)} E(T) = T.$$

A medida que el valor esperado de la tasa impositiva tiende a  $T$ , la acumulación de capital y el consumo siguen trayectorias que se desplazan de acuerdo a los sucesivos cambios experimentados por dicho valor esperado de la tasa impositiva.

Gráficamente, se puede representar este fenómeno como sucesivos desplazamientos hacia la izquierda de la recta vertical  $XY$ , en el Gráfico 8, hasta alcanzar la posición indicada por la recta  $ZW$ . Del mismo modo las trayectorias  $EF$  y  $AB$  (ésta última coincide con la homónima del Gráfico 4), establecen los límites dentro de los cuales se sitúan las trayectorias óptimas para sucesivos valores óptimos de evasión.

La acumulación de capital y el consumo en cada punto del tiempo se ubican sucesivamente a lo largo de trayectorias, comprendidas entre la  $EF$  y la  $AB$ , que se desplazan siempre en dirección a la  $AB$ , ya que  $\dot{\Pi} \geq 0$  y por ello en ningún período es óptimo evadir una fracción de impuestos mayor que en el período precedente.

En el Gráfico 9 se representa las trayectorias del consumo

Gráfico 8.

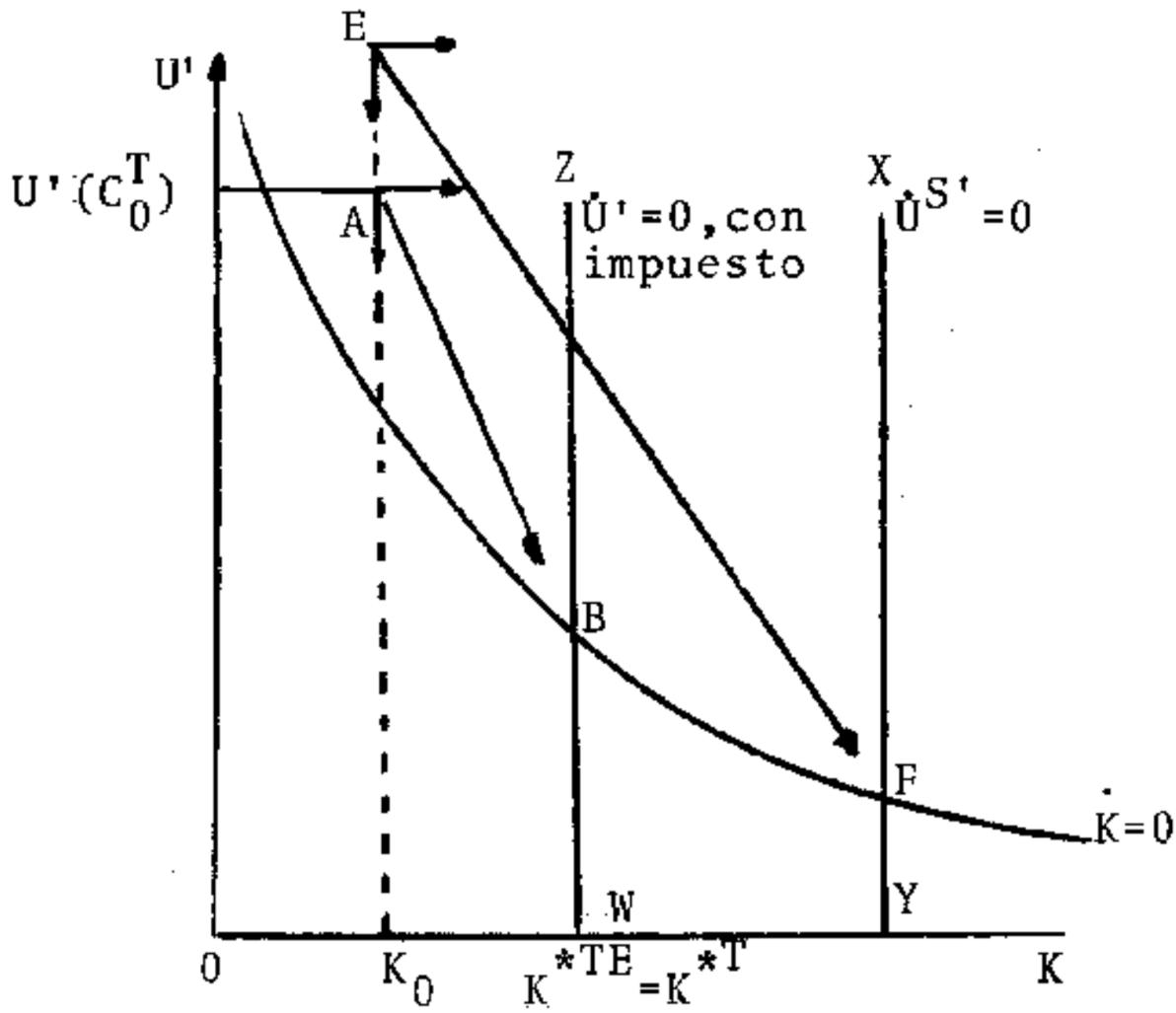
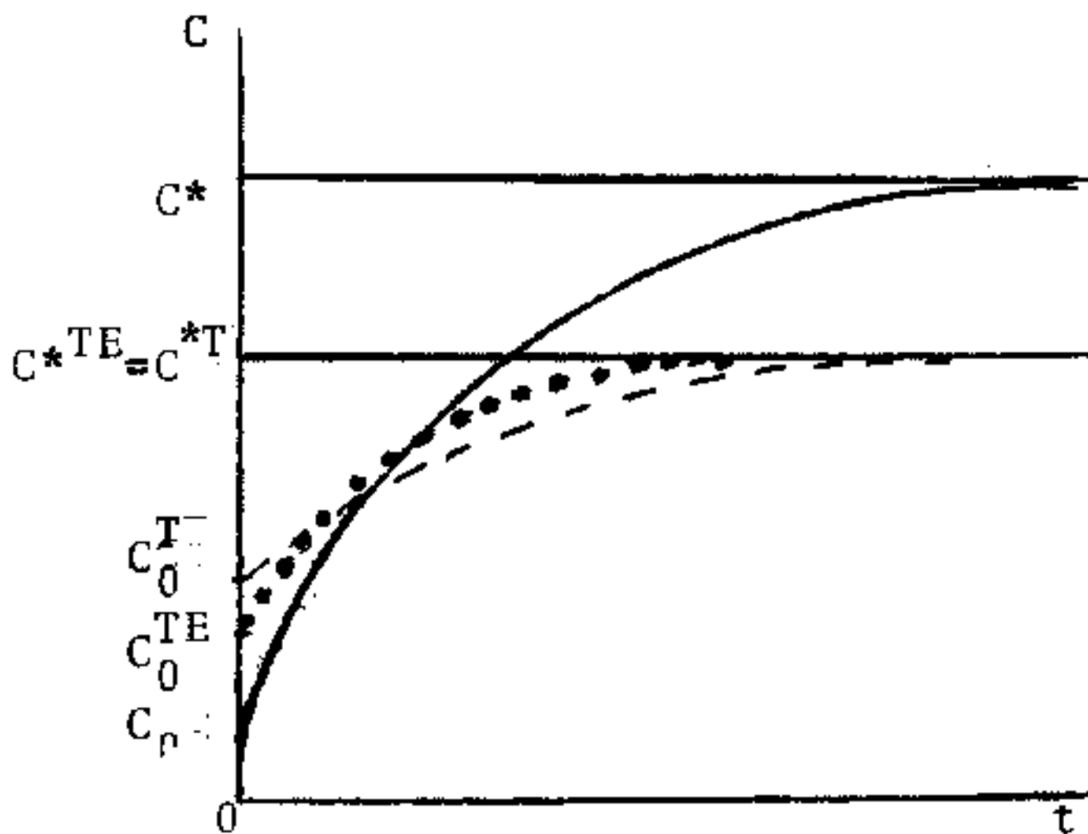


Gráfico 9.



bajo tres supuestos alternativos: La trayectoria indicada por la línea llena corresponde al consumo en ausencia de impuesto al ingreso  $C(t)$ . La línea cortada indica la trayectoria del consumo con impuesto a tasa  $T$  y sin evasión,  $C^T(t)$ . La línea de puntos representa la trayectoria del consumo con impuesto a tasa  $T$  y evasión con las características estudiadas en este trabajo,  $C^{TE}(t)$ . Dado que un valor inicialmente bajo de  $\Pi$  implica que la economía sigue inicialmente una trayectoria cercana a la EF, el consumo inicial es menor que  $C_0^T$ . Dado que la economía converge al mismo steady state, se deduce que la trayectoria  $C^{TE}(t)$  crece a una tasa mayor que la trayectoria sin evasión,  $C^T(t)$ .

#### IV. Un Caso Particular.

Para ilustrar las ideas anteriores y, en especial, mostrar que la trayectoria del consumo con evasión,  $C^{TE}(t)$ , crece a una tasa mayor que la del consumo sin evasión,  $C^T(t)$ , vamos a usar un modelo simple donde;

$$U(C(t)) = \ln C(t)$$

$$f(K(t)) = rK(t), \quad r = \text{constante.}$$

Por lo tanto,

$$U'(C(t)) = 1/C(t),$$

$$22) E(U') = (1-\Pi)/C^S + \Pi/C^F,$$

$$23) \dot{E}(U') = \dot{\Pi} \left( \frac{1}{C^F} - \frac{1}{C^S} \right) + \Pi \left( \frac{\dot{C}^S}{C^S} \frac{1}{C^S} - \frac{\dot{C}^F}{C^F} \frac{1}{C^F} \right) - \frac{\dot{C}^S}{C^S} \frac{1}{C^S}$$

Aplicando la condición indicada por la ecuación (19) se obtiene:

$$24) \frac{\dot{E}(U^T)}{E(U^T)} = \delta - (1-T)r.$$

La ecuación (24) es la condición que deben satisfacer el consumo y la evasión a lo largo de la trayectoria óptima. Utilizando las ecuaciones (22) y (23) se obtiene:

$$\lim_{\Pi \rightarrow 1/1+P} \frac{\dot{E}(U^T)}{E(U^T)} = - \frac{\dot{C}^T(t)}{C^T(t)}$$

Por la ecuación (24) podemos escribir:

$$-\frac{\dot{C}^T(t)}{C^T(t)} = \delta - (1-T)r$$

$$25) C^T(t) = C_0^T e^{[r(1-T) - \delta]t}$$

La ecuación (25) muestra, en el caso particular que estamos considerando, el resultado de la Sección anterior que a medida que  $\Pi$  tiende a  $1/1+P$ , la trayectoria del consumo tiende a la que prevalecería si no hubiera posibilidad de evasión..

Análogamente se calcula:

$$\lim_{\Pi \rightarrow 0} \frac{\dot{E}(U^S)}{E(U^S)} = \Pi \left( \frac{C^S}{C^F} - 1 \right) - \frac{\dot{C}^S}{C^S}$$

Aplicando la condición (19) se obtiene:

$$\Pi \left( \frac{C^S}{C^F} - 1 \right) - \frac{\dot{C}^S}{C^S} = \delta - (1-T)r.$$

De donde,

$$26) \frac{\dot{C}^S}{C^S} = r(1-T) - \delta + \Pi \left( \frac{C^S}{C^F} - 1 \right).$$

Integrando respecto de  $t$ :

$$\ln C^S = [r(1-T) - \delta]t + \int_0^{\Pi} \left( \frac{C^S}{C^F} - 1 \right) dx,$$

donde  $x$  es un índice que indica los diferentes valores de la probabilidad de detección, desde el valor cero hasta el valor  $\Pi$  en el momento actual.

$$27) C^S(t) = C_0^S e^{[r(1-T) - \delta]t} \cdot \int_0^{\Pi} (1 - C^S/C^F) dx.$$

La ecuación (27) es la trayectoria del consumo cuando  $\Pi$  tiende a cero que satisface la condición (19). La ecuación (26) muestra que para valores bajos de  $\Pi$  esta trayectoria crece a una tasa mayor que  $r(1-T) - \delta$ ; es decir, mayor que la tasa de crecimiento de la trayectoria sin evasión, dado que  $C^S \geq C^F$  y  $\dot{\Pi} \geq 0$ .

#### V. Resumen y Conclusiones.

El punto de partida de este trabajo es el resultado tradicional que el impuesto al ingreso discrimina en contra de la acumulación de capital y a favor del consumo presente.

Se investigan los efectos de la evasión impositiva sobre el resultado tradicional ya mencionado. A tal efecto se supone que la evasión es el resultado de un proceso de optimización, que considera que la probabilidad de ser descubierto evadiendo impuestos en el momento  $t$  es una función creciente de la evasión acumulada hasta

ese momento. Si el evasor es descubierto en el momento  $t$ , debe pagar el impuesto evadido en ese período más una multa igual a  $P$  veces dicho impuesto ( $P > 1$ ). No se considera el caso en que exista una multa por impuestos evadidos en el pasado; el único papel que desempeñan dichas evasiones pretéritas consiste en determinar la probabilidad,  $\Pi$ , de ser detectado evadiendo en el presente<sup>12</sup>. Este modelo puede interpretarse como uno en que la autoridad tributaria tiende a controlar más a los contribuyentes que han pagado reiteradamente impuestos relativamente bajos en relación con su situación patrimonial.

Los resultados de este modelo son los siguientes: A) Existirá evasión mientras el valor esperado de la utilidad marginal por peso evadido exceda la suma de (1) el valor esperado de la desutilidad marginal de la multa presente y (2) el aumento del valor esperado de la desutilidad de las multas futuras. Esto sucederá mientras  $\Pi$  sea menor que  $1/(1+P)$ . B) La fracción del ingreso que evade el impuesto es no-creciente a través del tiempo y desaparece cuando  $\Pi = 1/(1+P)$ . C) Esto es equivalente a imponer una tasa no-decreciente a través del tiempo de impuesto al ingreso, que converge a un valor estable cuando desaparece la evasión. D) En el steady state no hay evasión y la economía converge al mismo stock de capital que en el modelo de acumulación óptima con impuesto y sin evasión. E) Por lo

12. Este es el caso opuesto de lo que Allingham y Sandmo (1972) denominan "el comportamiento miope" en que el evasor ignora que la evasión presente "le hipoteca su futuro" y sólo se preocupa porque si es descubierto será penalizado por toda la evasión incurrida en el pasado.

tanto, en el largo plazo la posibilidad de evasión, con las características consideradas en este trabajo, no elimina la discriminación del impuesto al ingreso en contra de la acumulación de capital. F) En el corto plazo, sin embargo, dicha posibilidad de evasión afecta la trayectoria de acumulación creando un incentivo para la acumulación de capital y reduciendo la discriminación a favor del consumo presente. G) Como corolario de lo anterior, la economía tiende más rápidamente al steady state con evasión que sin ella.

## REFERENCIAS

- Allingham, M.G. y Sandmo, A.: "Income Tax Evasion: A Theoretical Analysis" Journal of Public Economics, Vol. 1(1972).
- Arrow, K. y Kurz, M.: Public Investment The Rate of Return and Optimal Fiscal Policy (The John Hopkins University Press, 1970).
- Christiansen, V.: "Two Comments on Tax Evasion" Journal of Public Economics, Vol. 13, N° 3, (1980).
- Fisher, Irving: "Double Taxation of Savings" American Economic Review, Vol. 29, N° 1, (March 1939).
- Harberger, A.C.: "Taxation, Resource Allocation and Welfare" en The Role of Direct and Indirect Taxes in the Federal Revenue System, Princeton 1964.
- Kolm, S.: "A Note on Optimal Tax Evasion" Journal of Public Economics, Vol. 2 (1973).
- Levhari, D. y Sheshinski, E.: "Lifetime Excess Burden of a Tax" Journal of Political Economy, Vol. 80, N° 1, (1972).
- Little, I.M.D.: "Direct Versus Indirect Taxes" Economic Journal, (September 1951).
- Mill, John S.: Principles of Political Economy, New York, 1965.
- Schenone, O.: "A Dynamic Analysis of Taxation" American Economic Review, Vol. LXV, N° 1, (1975).
- Weiss, Laurence: "The Desirability of Cheating Incentives and Randomness in the Optimal Income Tax" Journal of Political Economy, Vol. 84, N° 6, (1976).